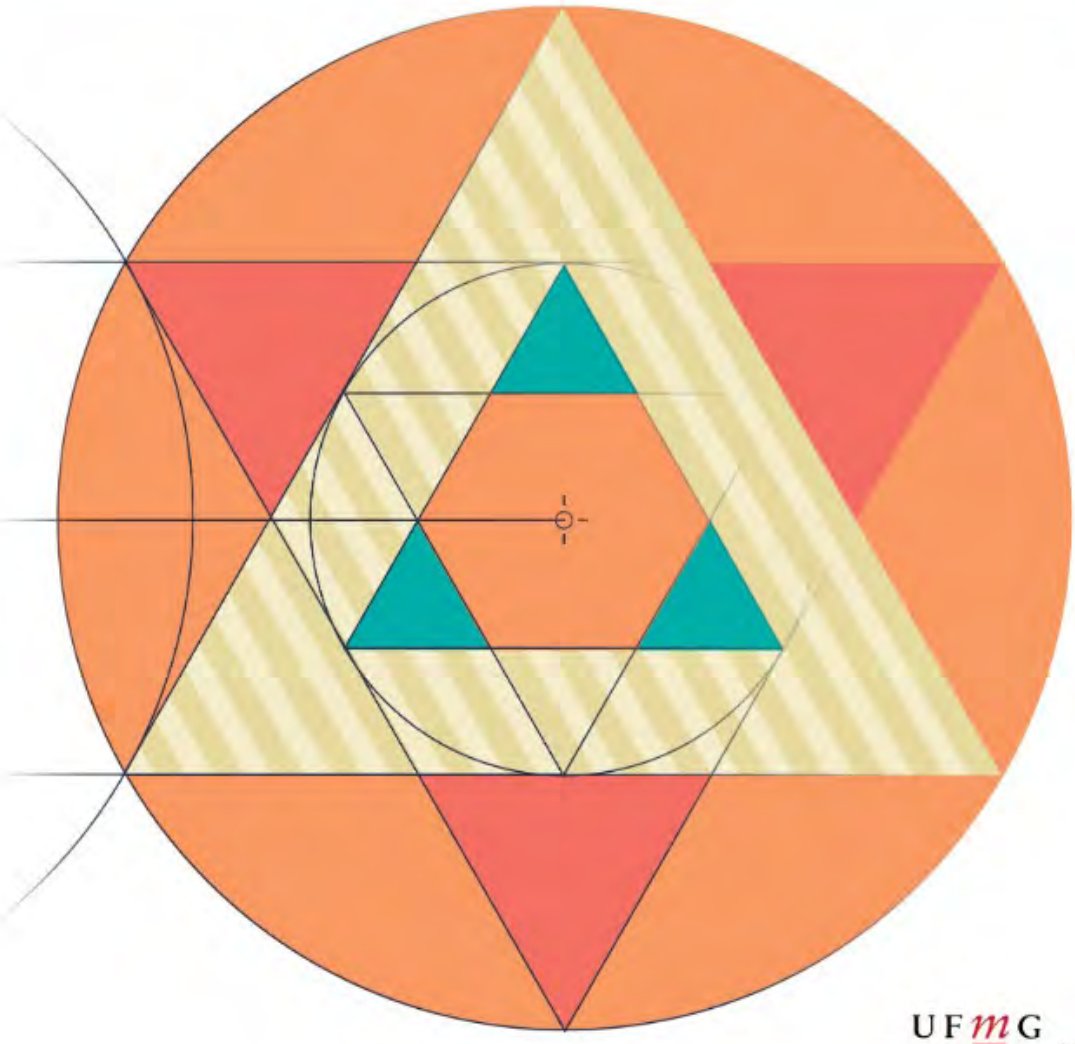
GEO DALAS

DESAFIOS GEOMÉTRICOS MANDALAS COM RÉGUA COMPASSO E GEOGEBRA

Por Angélica R. Ventura

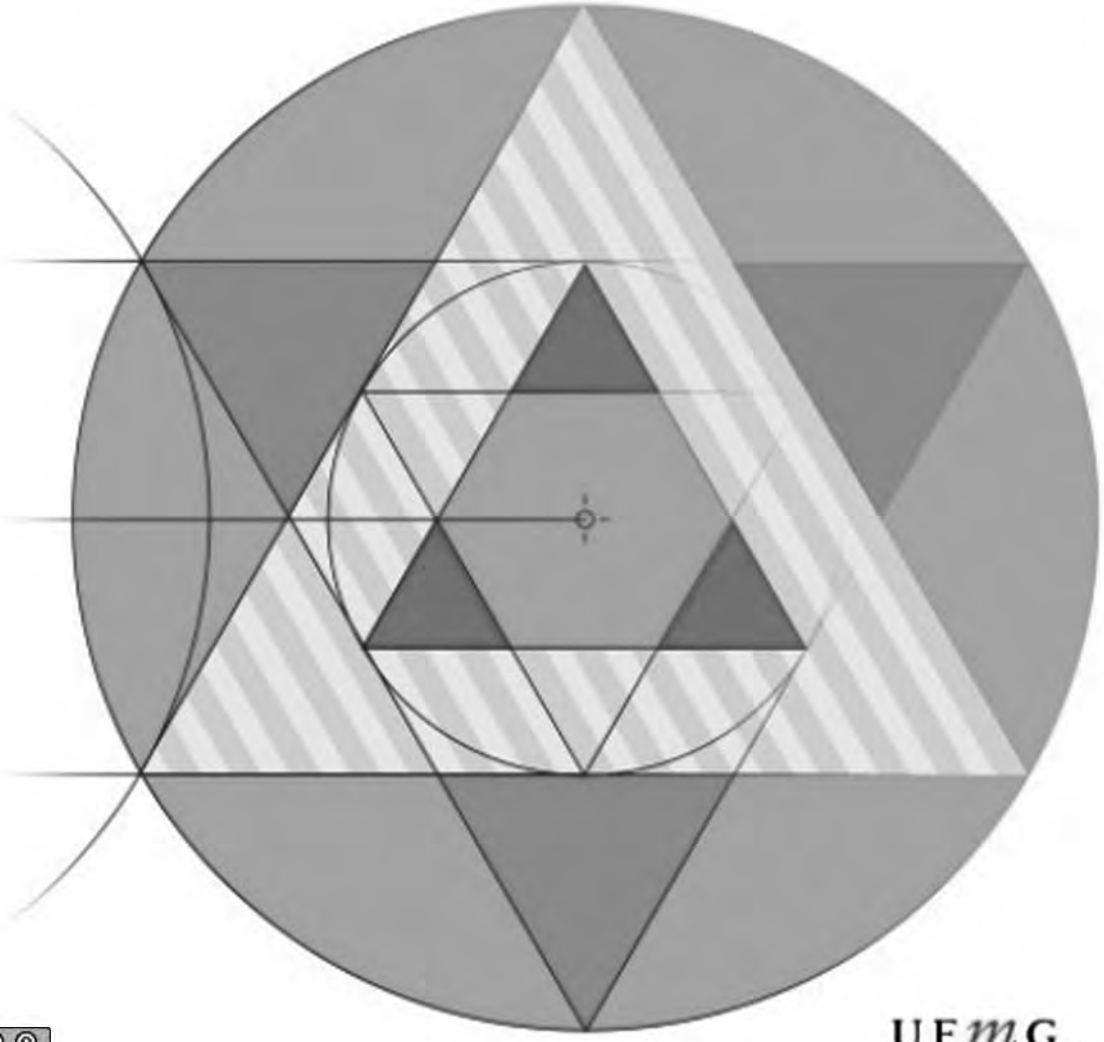


UFMG
PROMESTRE
MESTRADO PROFISSIONAL
EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA

GEO DALAS

DESAFIOS GEOMÉTRICOS MANDALAS COM RÉGUA COMPASSO E GEOGEBRA

Por Angélica R. Ventura



CC BY SA

UFMG
PROMESTRE
MESTRADO PROFISSIONAL EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA

GEODALAS: Desafios Geométricos – Mandalas com régua, compasso e GeoGebra de Angélica Rodrigues Ventura; Teresinha Fumi Kawasaki está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Ficha técnica

Recurso Educacional da pesquisa de Mestrado:
Fragmentos de uma Pesquisa - Desafios Geométricos, “régua e compasso” e GeoGebra: estudando Geometria por meio de construções de Mandalas Geométricas

Universidade Federal de Minas Gerais
Reitora: Sandra Regina Goulart Almeida
Vice-Reitor: Alessandro Fernandes Moreira

Programa de Mestrado Profissional em Ensino e Docência PROMESTRE – Faculdade de Educação da UFMG
Coordenadora: Teresinha Fumi Kawasaki
Subcoordenadora: Maria Amália de Almeida Cunha

Linha de pesquisa
Educação Matemática

Autora
Angélica Rodrigues Ventura

Orientadora
Teresinha Fumi Kawasaki

Projeto gráfico e diagramação
Luiza de Oliveira e Marcelo Paiva

V468g Ventura, Angélica Rodrigues, 1981-
Geodalas [recurso eletrônico] : desafios geométricos -- mandalas com régua, compasso e GeoGebra / Angélica Rodrigues Ventura, Teresinha Fumi Kawasaki. - Belo Horizonte, [2022].
[186 p.] : il., color.

[Recurso Educacional produzido em conjunto com a dissertação de mestrado da autora Angélica Rodrigues Ventura, orientada por Teresinha Fumi Kawasaki, com o título: "Fragmentos de uma pesquisa: [manuscrito] desafios geométricos, GeoGebra e “régua e compasso”: estudando Geometria por meio de construções de mandalas geométricas. -- Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação].
Bibliografia: f. 107.
[Anexos: f. 109-186].

1. Matemática -- Estudo e ensino . 2. Matemática -- Métodos de ensino. 3. Geometria -- Estudo e ensino. 4. Geometria -- Ensino auxiliado por computador. 5. GeoGebra (Recurso eletrônico). 6. Tecnologia educacional. 7. Ensino auxiliado por computador. 8. Mandala -- Desenho por computador -- Estudo e ensino.
I. Título. II. Kawasaki, Teresinha Fumi, 1960-. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 516.007

Catalogação da fonte: Biblioteca da FaE/UFMG (Setor de referência)
Bibliotecário: Ivanir Fernandes Leandro CRB: MG-002576/O

Sumário

APRESENTAÇÃO 07
1. O PORQUÊ DA GEOMETRIA 11
2. MAS O QUE SÃO MANDALAS? 15
3. DESAFIOS GEOMÉTRICOS – GEODALAS 19
DESAFIO I 23
DESAFIO II 33
DESAFIO III 43
ORIGAMI 52
DESAFIO IV 55
DESAFIO V 65
DESAFIO VI 75

APOIO A(O) PROFESSOR(A) 87
I. CONSTRUINDO NO GEOGEBRA 91
Restringindo ferramentas 92
Ordenando as construções 92
Sobrepondo uma construção a outra 94
Alterando a cor e tranparência das contruções 94
II. CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS NO GEOGEBRA 99
III. KIT COMPONDO SUA MANDALA 103

AUTORAS 105

REFERÊNCIA 107

MATERIAL DE APOIO PARA IMPRESSÃO 109
Desafios Geométricos - Folhas de Atividades 113
Construcões Geométricas Fundamentais no GeoGebra - Cartões 139
Kit Compondo sua Mandala - Peças 171

APRESENTAÇÃO

Caros professores e professoras,

No ensino da Matemática, considerada uma disciplina "difícil", uma boa estratégia é a diversificação das metodologias de ensino. Nesse sentido, ensinar não se restringe à práticas de transmissão de conhecimento, mas pensar, planejar e criar novos recursos procurando alterar o processo de ensino e aprendizagem tradicional. Nessa direção, eu, uma professora de matemática, pesquisadora em formação, passei a repensar a minha prática em sala de aula e procurei criar estratégias para despertar o interesse dos alunos pela aprendizagem de Geometria. Assim, eu e minha orientadora, propomos uma abordagem de ensino de Geometria por meio das Construções Geométricas – ou Desenho Geométrico, incorporando o uso das ferramentas tradicionais – régua e compasso –, de tecnologias computacionais e da investigação matemática na construção de Mandalas, reunidas em algumas atividades aqui designadas por Desafios Geométricos.

Tais Desafios Geométricos intencionam colocar os estudantes diante de situações onde estratégias de investigação devem/podem ser estabelecidas, visando proporcionar ao estudante a experimentação e a visualização de conceitos geométricos. Acreditamos que essa prática fomenta o domínio desses conceitos geométricos de forma gradativa e objetiva estimular o estudante a estabelecer uma sequência lógica de raciocínio procurando conectar as propriedades relacionadas aos conceitos estudados.

Este livro é fruto da pesquisa **Fragmentos de uma Pesquisa - Desafios Geométricos, "régua e compasso" e GeoGebra: estudando Geometria por meio de construções de Mandalas Geométricas**, realizado no âmbito do Mestrado Profissional em Educação e Docência – PROMESTRE, FaE/UFMG, na linha de pesquisa Educação Matemática sob orientação da Profa. Dra. Teresinha Fumi Kawasaki. Nossos Desafios foram idealizados tomando como base o trabalho *Constructions was MUCH better this year!* de Lisa Bejarano de 2015[1]. Lisa teve por objetivo melhorar o ensino de construções geométricas em suas turmas, e esse também é nosso objetivo, trazer a você professor(a) uma nova possibilidade de abordagem da Geometria.

Os **Desafios Geométricos – GEODALAS** serão apresentados em forma de Oficinas, com uma sugestão de resolução para cada Mandala no GeoGebra, acompanhados de comentários sempre que necessário. Contudo, escolhemos aqui o uso do GeoGebra, utilizando somente as ferramentas **régua** e **compasso**, pelo fato de que originariamente, todas as construções geométricas da Geometria Plana podem ser feitas utilizando apenas essas duas ferramentas. Com isso, os leitores poderão reproduzir tais construções na mídia "lápis e papel". Preparamos também alguns vídeos, hospedados no Youtube, arquivos do geoGebra, que poderão ser acessados por meio do respectivo QR Code.

Desejamos que este livro possa ajudar você a ter um olhar diferenciado sobre o ensino da Geometria. Sugerimos que, sempre que julgar necessário, faça adequações do material à realidade da sua sala de aula.

Bom trabalho!
Angélica Rodrigues Ventura

[1] BEJARANO, L. **Constructions was MUCH better this year!** Crazy math teacher lady. 2015. Disponível em: https://crazymathteacherlady.wordpress.com/2015/09/16/constructions-was-much-better-this-year/.

1. O PORQUÊ DA GEOMETRIA

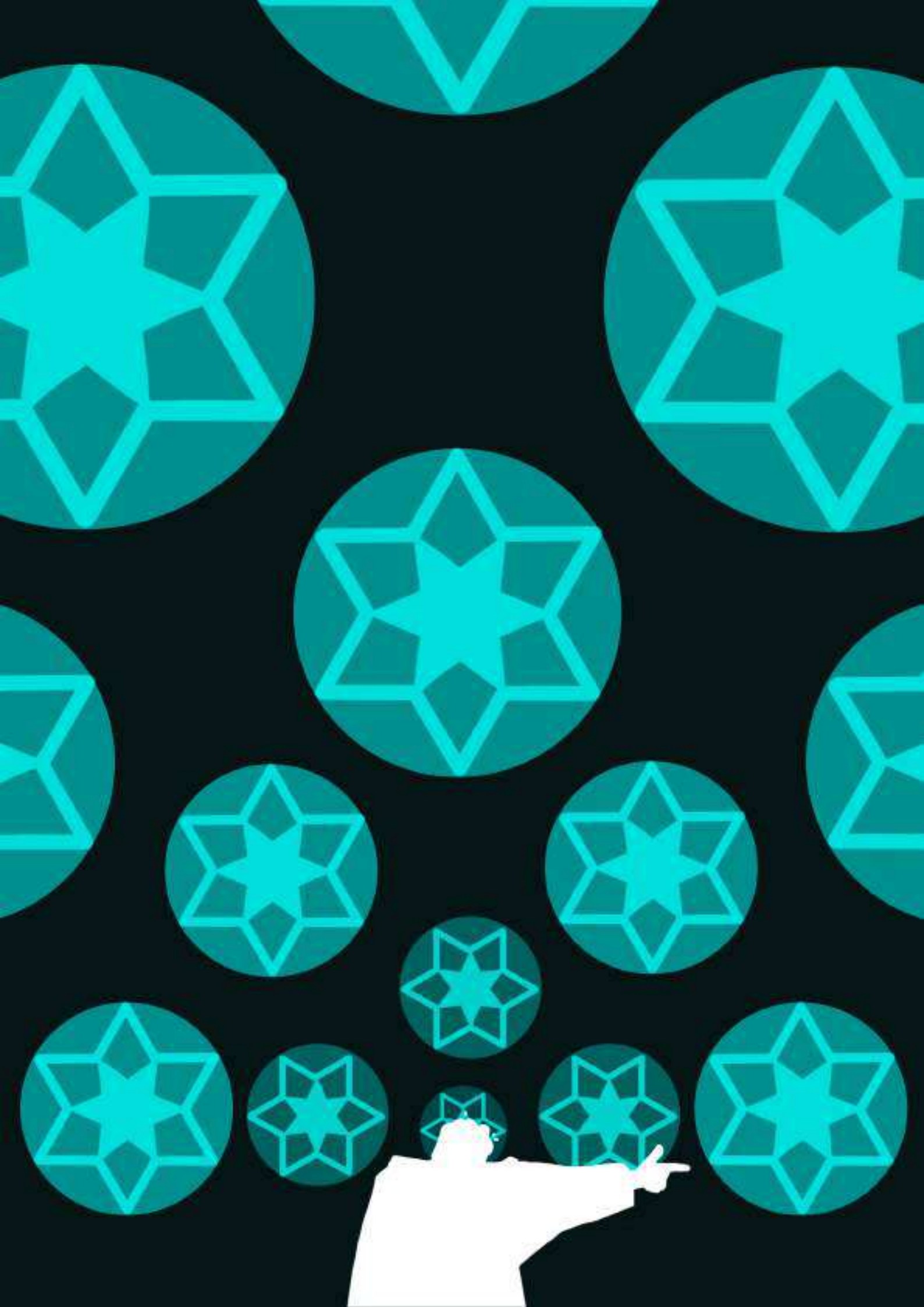
> "Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar" (LORENZATO, 1995, p.6)

Mesmo não querendo ou percebendo, a Geometria está presente no nosso dia a dia. Nosso entorno é constituído por infinitas formas e imagens, estando presentes em tudo, na natureza, nas construções civis, nas artes... e quando paramos para analisar estas formas estamos lidando com algumas ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, medição e simetria diariamente.

Inúmeros são os argumentos sobre a importância de se ensinar e aprender Geometria, por isso o professor(a) de Matemática deve se apropriar de metodologias que propiciem um pensamento exploratório-investigativo, e os *softwares* de geometria dinâmica mediam esse processo de ensino e aprendizagem. Entre as várias possibilidades, estes recursos nos proporcionam a multiplicidade de representações dos objetos geométricos.

Nesse contexto, este livro apresenta uma proposta de estudo da Geometria, mais especificamente as Construções Geométricas, com o objetivo de estimular um pensamento exploratório. Aliada a essa proposta, proponho o uso do *software* de matemática dinâmica GeoGebra.

Mas por que o GeoGebra? O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica, gratuito que integra Geometria (Geo) e Álgebra (Gebra). Com ele é possível traçar objetos geométricos dos mais simples aos mais complexos que possam ser construídos com régua e compasso. Por exemplo, segmentos de retas perpendiculares e retas paralelas, circunferências, ângulos e medir segmentos além de ser possível construir todas as figuras da geometria elementar. O dinamismo do programa nos possibilita experimentar e visualizar alguns conceitos da geometria; com isso, de alguma forma acabamos por "dar forma" ao que antes era considerado abstrato. É um *software* bastante flexível e amigável.



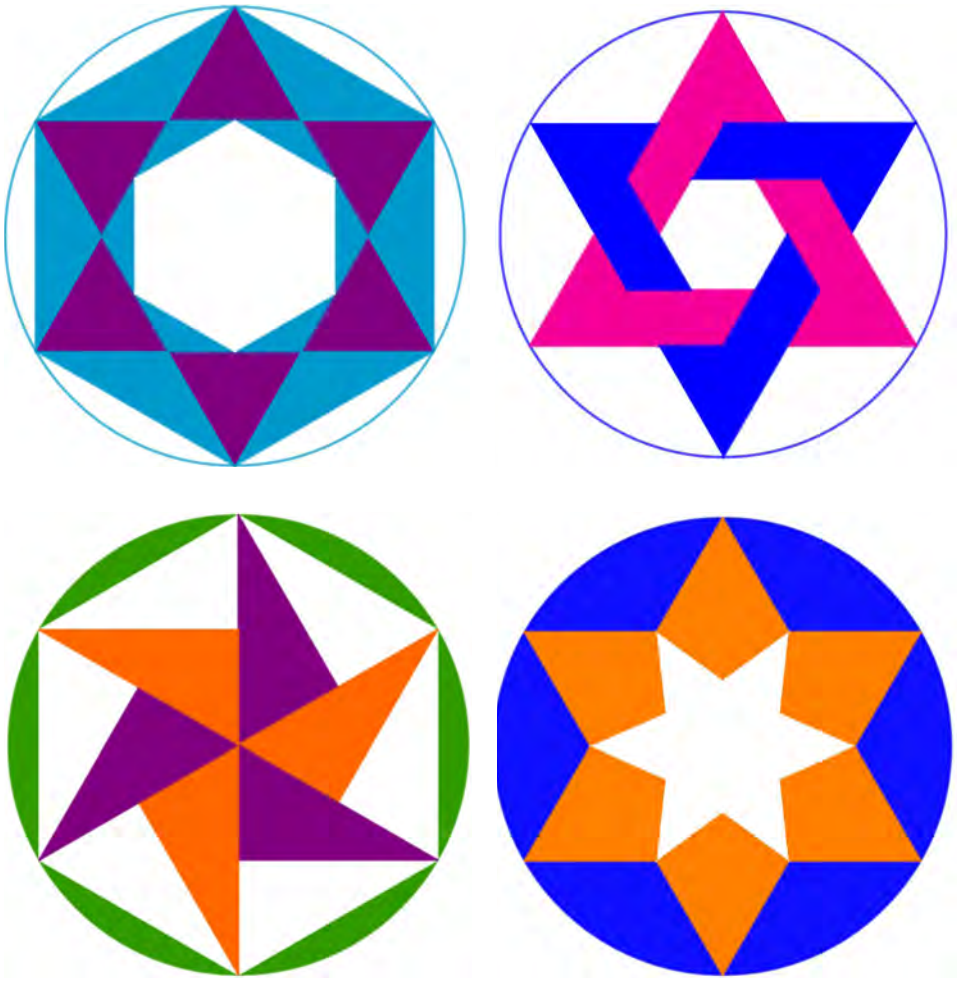
2. MAS O QUE SÃO MANDALAS?

Mandala é uma palavra do sânscrito e significa “círculo”. Se caracterizam por desenhos ou estruturas dispostos(as) de forma concêntrica. Ou seja, que se desenvolvem a partir de um mesmo centro. A forma circular na construção de uma Mandala é a regra caracterizada ainda pela simetria e repetição das formas.

Podemos classificar as mandalas a partir da sua origem, finalidade e formação. Fioravanti (2003, p. 9) diz, quanto a sua origem, que elas são classificadas em orientais e ocidentais. As Mandalas ocidentais são normalmente utilizadas como adornos arquitetônicos e em decoração, sua finalidade nesse caso é o profano. Já as Mandalas orientais são quase sempre de cunho religioso, nesse caso são mais conhecidas por Rosáceas, sua finalidade é o sagrado. Historicamente, as Mandalas se constituem como uma das mais antigas inscrições e grafismo da humanidade.

Nosso foco na construção das Mandalas é quanto a sua formação caracterizada pelas formas geométricas.

Mandalas Geométricas se constituem por desenhos geométricos que se inscrevem uns aos outros, resultando em um círculo ou em um quadrado, desvelando em repetição de padrões. Na construção de uma Mandala Geométrica é requerido o conhecimento de vários conceitos da geometria plana – circunferência, segmento, ponto médio, mediatriz, bissetriz, retas paralelas, retas perpendiculares – além dos princípios de divisão de uma circunferência em partes iguais que possibilita o desenho de polígonos regulares, inscritos ou circunscritos, e de polígonos estrelados na circunferência.



As Mandalas Geométricas são simétricas e embora existam diferentes tipos de simetria, trabalharemos apenas com dois tipos: simetria radial e simetria axial. A maioria das Mandalas possuem simetria radial, que consiste na rotação de alguns elementos em torno de um certo eixo, ou seja, os elementos se repetem em volta desse eixo. Já a simetria axial acontece quando dividimos a mandala em seu eixo de simetria e obtemos imagem espelhada.

Escaneie e **assista** a construção de algumas mandalas

3. DESAFIOS GEOMÉTRICOS – GEODALAS

A Oficina ***Desafios Geométricos – GEODALAS*** tem como ponto de partida o desafio da reprodução e/ou criação de Mandalas, por meio das Construções Geométricas – ou Desenho Geométrico. Para isso, foram escolhidas Mandalas Geométricas que, acredito, possam instigar a investigação por colocar os alunos diante de desafios geométricos em que estratégias de investigação devem/podem ser estabelecidas. Por este motivo, sugiro fortemente que os professores(as) no momento da oficina deem espaço para os alunos pensarem e formularem suas próprias respostas de forma coletiva (entre eles) com criatividade e autonomia.

A oficina foi planejada para trabalhar conteúdo da grade curricular de geometria de forma contextualizada, utilizando ferramentas como régua e compasso e, também, o *software* GeoGebra. O critério na escolha das Mandalas foi o conjunto de propriedades geométricas envolvidas em sua construção. Por essa razão, a minha sugestão é que o professor(a) proponha os Desafios em módulos, uma construção de Mandala por vez.

A estrutura metodológica e os conteúdos específicos para cada Desafio estão descritos de forma detalhada na descrição da Oficina. Ressalta-se que apresento uma sugestão de aplicação, mas fica a cargo do professor(a) adequá-la à realidade da sua sala de aula.

Objetivos dos Desafios

Explorar a Geometria plana por meio da resolução de desafios que suscitam conhecimentos sobre Construções Geométricas;

Estimular o pensamento geométrico e o raciocínio lógico;

Reforçar conceitos de geometria;

Reproduzir e criar Mandalas usando figuras geométricas planas;

Manipular ferramentas de desenho geométrico: régua e compasso e o *software* GeoGebra.

Recursos necessários

Régua, compasso, lápis, caneta e papel;

Textos impressos com os enunciados dos desafios para realização das atividades;

Computadores com o *software* GeoGebra instalado e acesso à internet.

Metodologia - Sugestão ao professor(a)

Apresento aqui uma proposta para trabalhar os desafios em sala de aula.

Momento 1 – Apresentação da oficina e explicação sobre Mandala Geométrica

Explicar a proposta da oficina, além de explicar o que são as Mandalas Geométricas. Pode-se iniciar com os questionamentos: O que são mandalas? O que caracteriza uma mandala geométrica?

Momento 2 – Organização dos grupos e distribuição das atividades

Após o momento inicial, solicitar aos estudantes que se organizem em grupos de no máximo 5 pessoas sugerindo que trabalhem de forma coletiva/colaborativa, pois, espera-se que haja engajamento mútuo entre os alunos. Distribuir as atividades do Desafio Geométrico.

Momento 3 – Desafio Geométrico: Régua e compasso

Com os grupos já divididos, propor que os estudantes discutam entre si uma forma de construir a Mandala: que figuras geométricas estão envolvidas? Como elas estão dispostas com relação às outras? Tomar notas dos passos seguidos para posteriormente socializar com a turma.

Neste momento, a expectativa é de que os estudantes exponham em grupo os seus *insights* na resolução do desafio, sem rigor matemático. Com base nesses *insights*, o(a) professor(a) deve orientar para que eles desenvolvam também uma construção geométrica da Mandala utilizando régua e compasso.

Momento 4 – Apresentação das conclusões dos participantes

Cada grupo apresentará a forma como reproduziu a Mandala. Os alunos deverão descrever o seu entendimento sobre a construção. Neste momento, será aberta à turma um debate sobre as construções realizadas.

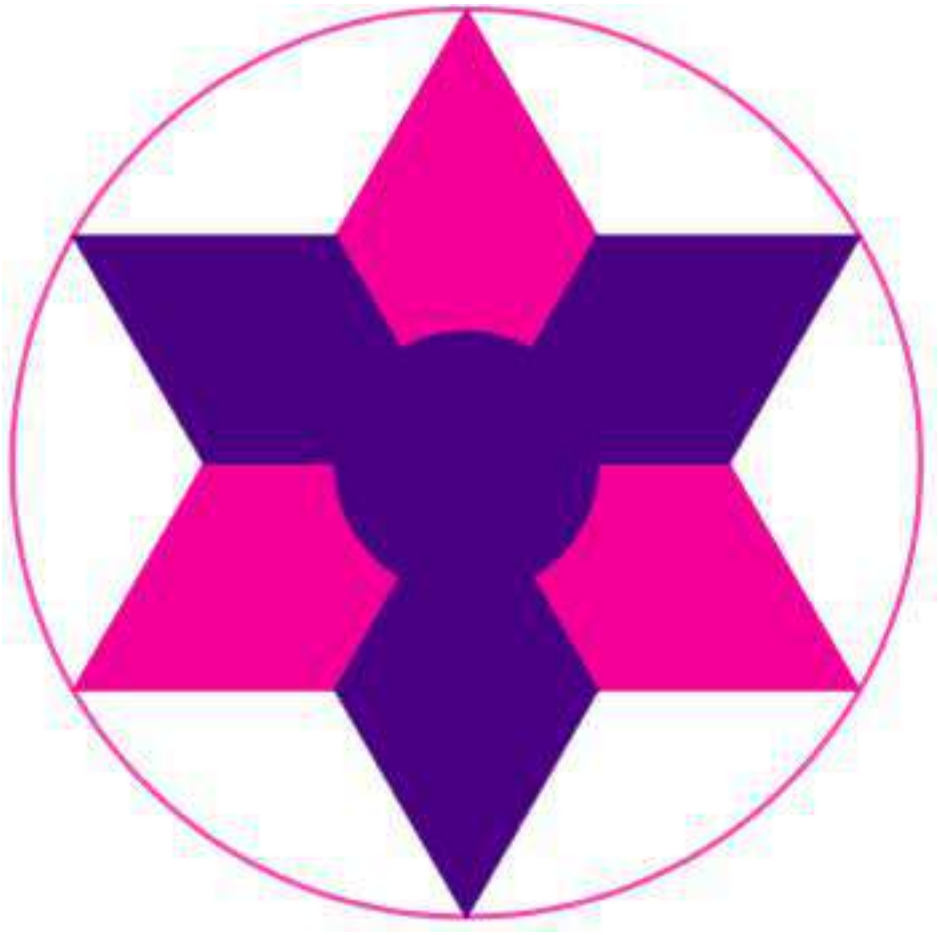
Momento 5 – Desafio Geométrico: GeoGebra

Antes de dar início a essa parte, poderão ser apresentadas algumas funcionalidades do GeoGebra, caso os alunos não tenham familiaridade com o *software*; para isso, foi disponibilizado um mini tutorial com algumas funcionalidades do GeoGebra.

A partir das construções feitas anteriormente partiremos para o uso do GeoGebra. Neste momento, cada grupo deverá reproduzir a Mandala no GeoGebra, utilizando os passos feitos inicialmente ou, se desejarem, partindo de uma nova estratégia de construção.

Solicitar a cada grupo que compartilhe a forma como reproduziu a Mandala no GeoGebra. Neste momento, será aberta à turma uma discussão sobre as construções realizadas fazendo um comparativo com a construção com régua e compasso.

DESAFIO



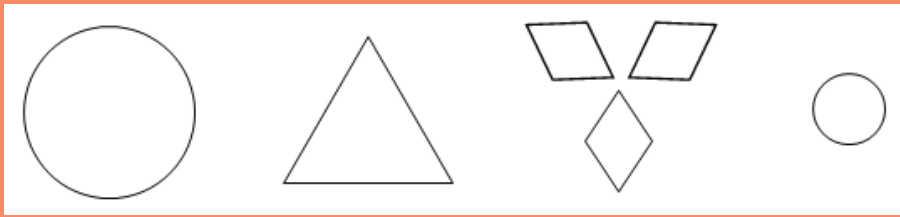
Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Faça você mesmo a composição[2] da Mandala.

[2] Foram disponibilizadas peças para compor esta Mandala (Kit de montagem)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO DESAFIO GEOMÉTRICO I



Figuras que compõem esta mandala

- uma circunferência grande que é a base desta Mandala, ou seja, circunferência base.
- um triângulo
- três losangos
- uma circunferência menor

O exercício de decompor a Mandala tem como objetivo despertar insights sobre os objetos e conceitos da geometria plana que poderão se fazer necessários para sua construção.

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Observamos inicialmente um triângulo inscrito na circunferência base.

Três losangos: cada losango tem um dos vértices sobre a circunferência e o vértice oposto sobre o centro da mesma circunferência.

E, por último, uma circunferência menor concêntrica à circunferência maior.

Com essas informações já podemos começar a construir...

Nesta Mandala poderíamos iniciar a construção pela circunferência base, mas o design da Mandala nos inspira a iniciar esse desenho pela construção do triângulo equilátero.

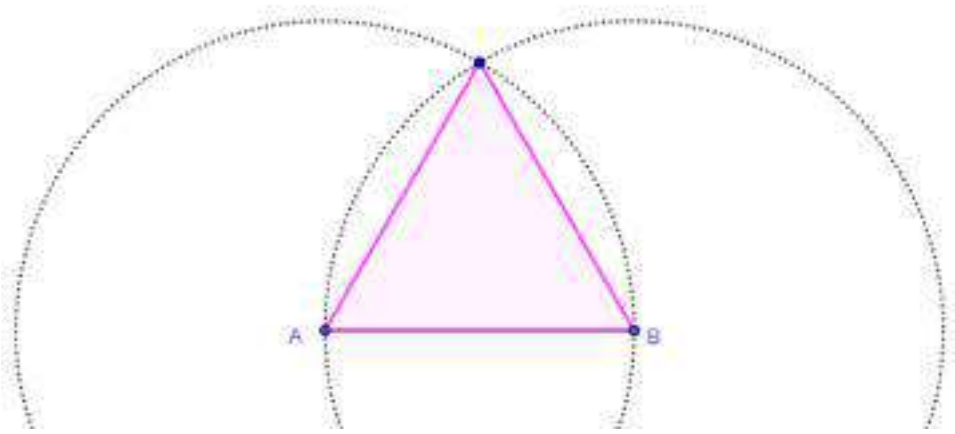
Etapa I – construção do triângulo equilátero

I. Trace um segmento de reta $\overline{AB}$. Este será um dos lados do triângulo inscrito na circunferência base.

II. Para definir o terceiro vértice, trace duas circunferências com raio $\overline{AB}$, uma com centro em A e outra com centro em B;

III. As circunferências se interceptam em dois pontos. Marque esses pontos;

IV. Escolha um dos pontos e trace segmentos unindo os pontos A,B e o ponto de interseção escolhido. Da união desses pontos temos um **triângulo equilátero.**



Etapa II – construção da circunferência base

• Primeiro, vamos discutir a posição relativa do triângulo equilátero em relação à circunferência base:

O triângulo equilátero está inscrito na circunferência base, logo, seus vértices são pontos pertencentes à circunferência.

O centro da circunferência base, que circunscreve o triângulo, é o **circuncentro** (interseção das **mediatriz** dos lados do triângulo).

Por ser um triângulo equilátero o **circuncentro**, o **incentro** (interseção das **bissetrizes** internas), o **ortocentro** (interseção das **alturas** relativas aos lados) e também o **baricentro** (interseção das **medianas**) coincidem. Neste caso, este ponto dista da base 1/3 de sua altura.

• Seguindo essas observações, vamos iniciar o traçado da circunferência base.

I. Para definir o centro do triângulo, o **circuncentro**, vamos traçar as **mediatrizes** relativas aos lados. Observe que a primeira **mediatriz** foi já definida na construção do triângulo. Para evidenciá-la, basta traçar uma reta passando pelos pontos de interseção das duas circunferências;

Nesta parte podemos chamar atenção para as características da reta mediatriz de um segmento: ela passa pelo ponto médio do segmento, divide esse segmento em duas partes iguais e, neste caso, por estarmos trabalhando com um triângulo equilátero coincide com a mediana desse triângulo.

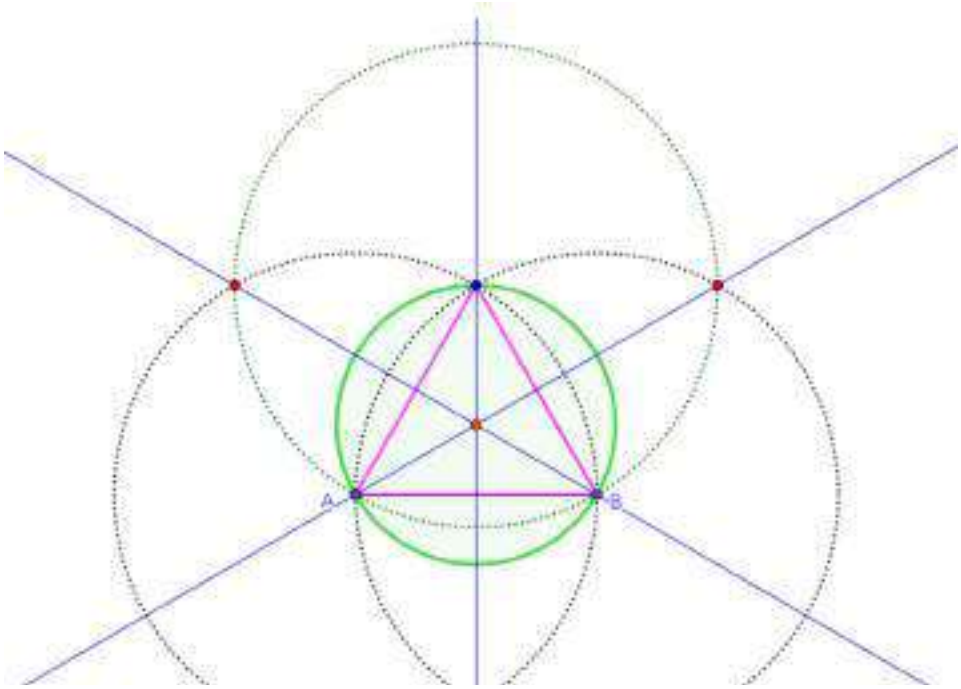
II. Para traçar a segunda e terceira **mediatrizes**, vamos construir uma circunferência de raio $\overline{AB}$ e centro no vértice oposto ao lado AB;

III. Marque os pontos de interseção dessa circunferência com as duas circunferências traçadas anteriormente;

IV. Trace as retas **mediatrizes**, uma por vez, unindo os dois pontos de interseção de cada duas circunferências;

V. Observe que todas as **mediatrizes** se interceptam em um único ponto. Marque esse ponto. Este é o **circuncentro**, ou seja, o centro da circunferência que circunscreve o triângulo;

VI. Defina como raio da circunferência base a distância entre o **circuncentro** do triângulo e um dos vértices do triângulo e trace, a partir do **circuncentro**, a circunferência base.



Voltemos à Mandala.

Temos três losangos no interior da circunferência base. Todos têm um vértice em comum no centro da circunferência. Além dessa característica, cada losango tem dois vértices pertencentes ao triângulo equilátero, um vértice pertence à circunferência e também a uma das mediatrizes do triângulo.

Etapa III – construção dos losangos internos à circunferência base

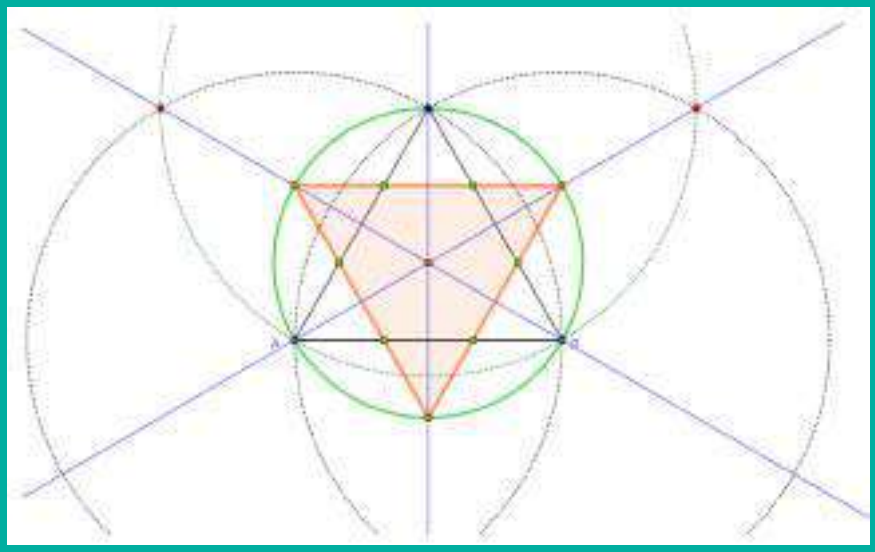
» Percebemos que a Mandala possui simetria radial ao analisarmos a posição dos losangos em relação ao triângulo equilátero. Nota-se que seus vértices estão a uma mesma distância um dos outros em torno do centro da circunferência.

• Seguindo essas observações, vamos construir outro triângulo equilátero com mesmo centro e invertido em relação ao triângulo já traçado.

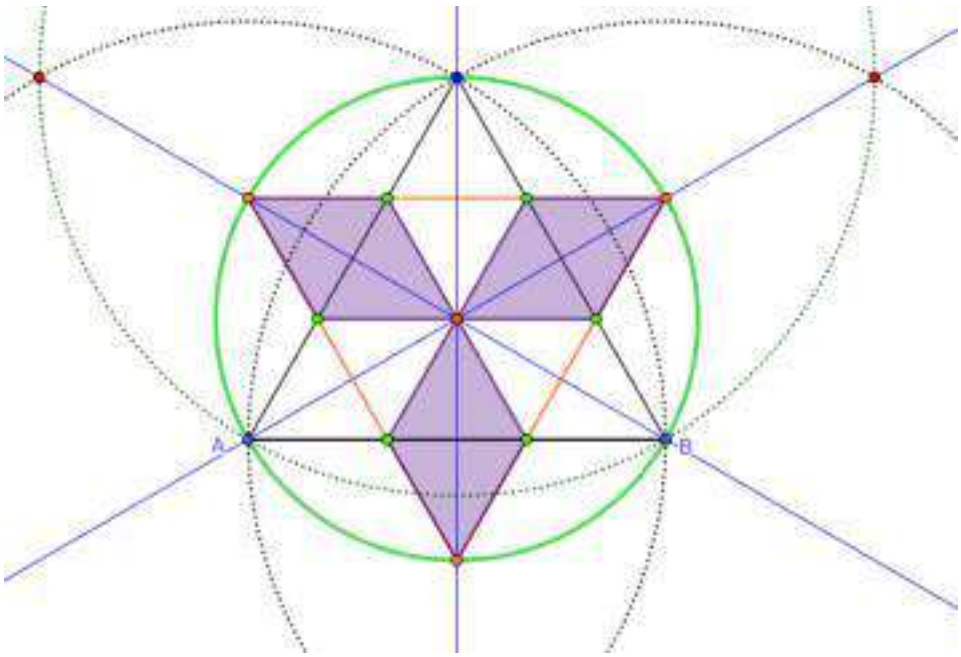
I. Para construirmos este triângulo equilátero vamos marcar os pontos de interseção entre a circunferência base e as três **mediatrizes**. Este ponto será um dos vértices do losango;

II. Trace segmentos unindo esses três pontos formando um triângulo equilátero invertido em relação ao primeiro triângulo traçado;

III. Vamos definir mais dois vértices do losango, os que pertencem aos lados do triângulo equilátero. Para isso, marque os pontos de interseção entre os dois triângulos;



IV. Trace segmentos unindo o vértice do segundo triângulo, os pontos de interseção entre os triângulos e o centro da circunferência (quarto vértice do losango), formando os losangos.



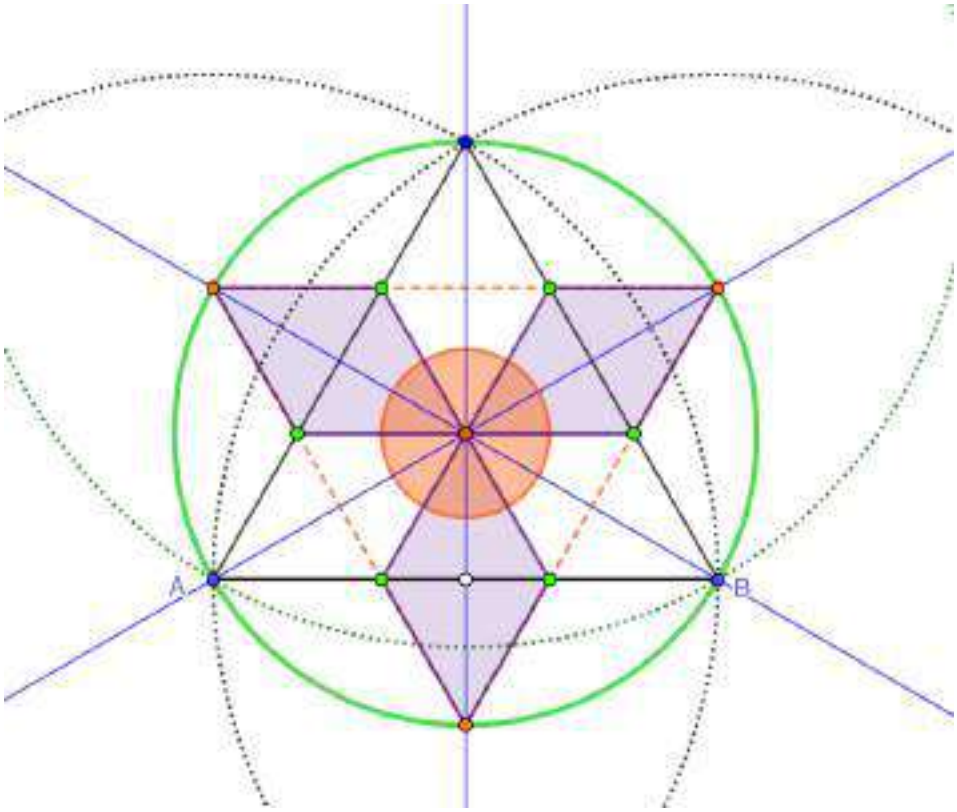
Pra finalizar nossa construção, vamos construir a circunferência central.

Etapa IV – construção da circunferência central

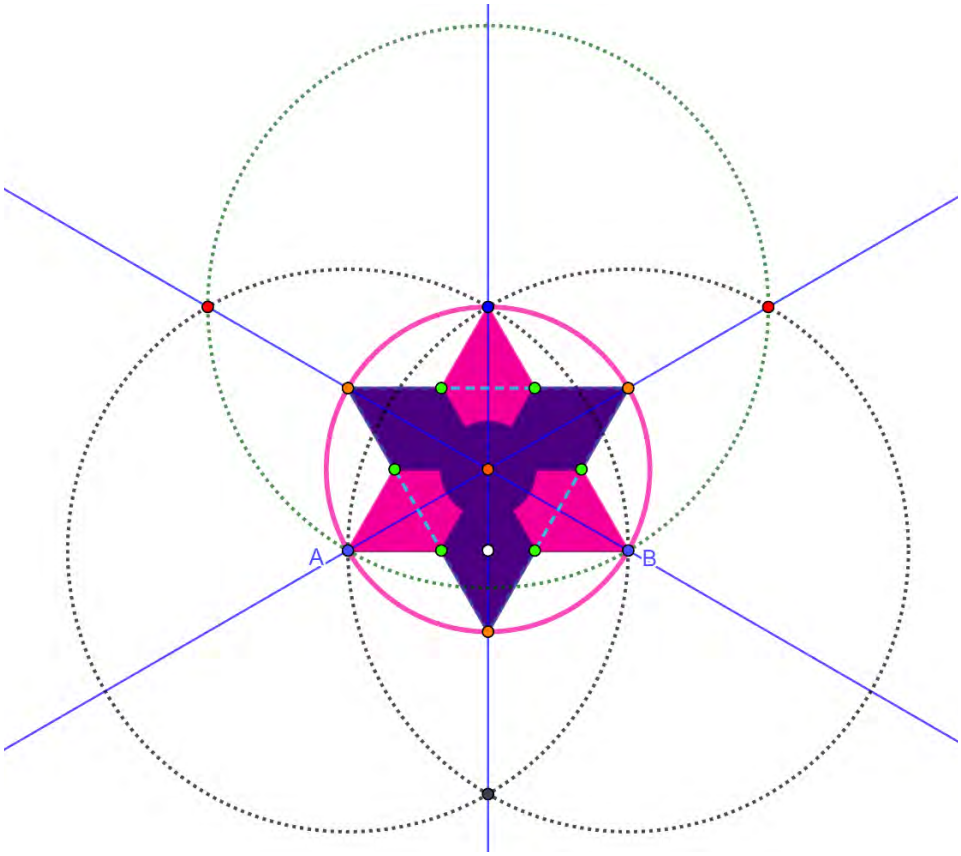
» Como sabemos, as Mandalas Geométricas possuem simetria e são construídas seguindo padrões, desse modo, na construção da circunferência central optamos por padronizar a medida do raio.

I. Para definirmos o raio da circunferência central vamos marcar o **ponto médio** referente a um dos lados do primeiro triângulo equilátero construído. Para isso, vamos marcar o ponto de interseção entre uma das **mediatrizes** e um dos lados desse triângulo;

II. Vamos definir o raio como a distância entre o **ponto médio** e um dos vértices do losango que pertencem ao primeiro triângulo equilátero traçado. O centro dessa circunferência será o **circuncentro** da circunferência base. Trace a circunferência.



Nossa construção está finalizada! Agora vamos mudar as cores, alterar as camadas de construção para sobrepor as figuras e ocultar alguns elementos de construção.

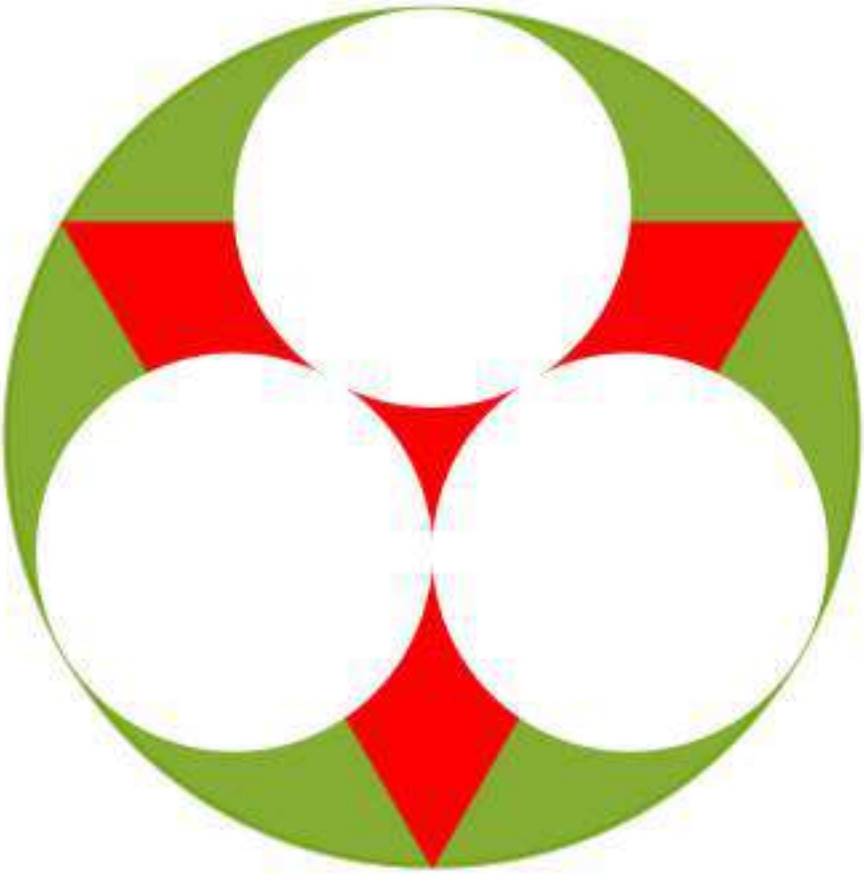


Na construção desta Mandala exploramos...

- Ponto médio, mediatriz, bissetriz e altura
- Incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro
- Triângulo equilátero
- Triângulo equilátero inscrito na circunferência
- Circunferências tangentes
- Divisão de uma circunferência em 3 partes congruentes

Escaneie e **assista** a construção desta mandala

DESAFIO



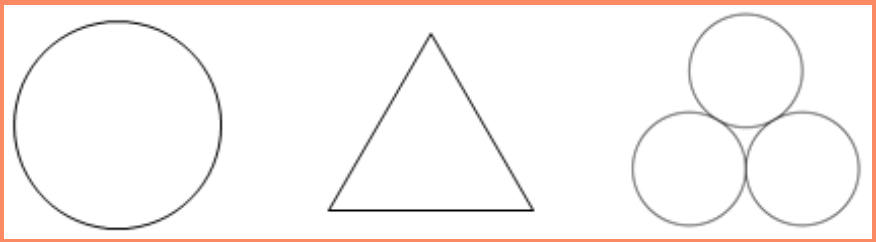
Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Faça você mesmo a composição[3] da Mandala.

[3] Foram disponibilizadas peças para compor esta Mandala (Kit de montagem)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO DESAFIO GEOMÉTRICO II



Figuras que compõem esta mandala

- uma circunferência grande que é a base desta Mandala, ou seja, circunferência base.
- um triângulo
- três circunferências menores e de mesmo tamanho que se tangenciam

O exercício de decompor a Mandala tem como objetivo despertar insights sobre os objetos e conceitos da geometria plana que poderão se fazer necessários para sua construção.

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Observamos inicialmente um triângulo inscrito na circunferência base.

Três circunferências menores tangentes entre si: cada circunferência tangencia a circunferência base internamente.

Com essas informações já podemos começar a construir...

Nesta Mandala poderíamos iniciar a construção pela circunferência base, mas o design da Mandala nos inspira a iniciar esse desenho pelas três circunferências menores que são tangentes entre si.

Etapa I – construção das três circunferências tangentes entre si

• Primeiro, vamos discutir a posição relativa destas circunferências tangentes em relação ao triângulo e à circunferência base:

As três circunferências menores, tangentes entre si, tangenciam internamente a circunferência base.

Cada circunferência menor está sobre um lado do triângulo.

• Seguindo essas observações, vamos iniciar o traçado das circunferências tangentes.

» Vamos começar construindo um triângulo equilátero, onde seus vértices serão os centros das circunferências tangentes.

I. Trace um segmento de reta $\overline{AB}$. Este será um dos lados do triângulo equilátero;

II. Para definir o terceiro vértice, trace duas circunferências com raio $\overline{AB}$, uma com centro em A e outra com centro em B;

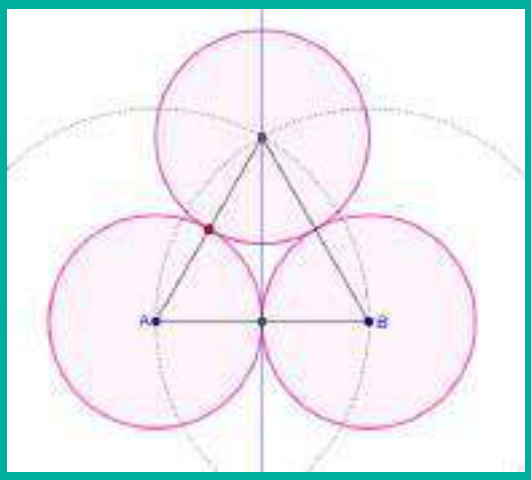
III. As circunferências se interceptam em dois pontos. Marque esses pontos;

IV. Escolha um dos pontos e trace segmentos unindo os pontos A, B e o ponto de interseção escolhido. Da união desses pontos temos um **triângulo equilátero.**

V. Para definir o raio das circunferências, vamos traçar a **mediatriz** referente ao segmento $\overline{AB}$. Observe que a **mediatriz** já foi definida na construção do triângulo. Para evidenciá-la, basta traçar uma reta passando pelos pontos de interseção das duas circunferências;

VI. Marque o ponto de interseção entre a **mediatriz** e o segmento $\overline{AB}$;

Nesta parte podemos chamar atenção para o fato de o ponto de interseção ser o ponto médio relativo ao segmento $\overline{AB}$ e por se tratar de um triângulo equilátero a reta traçada desde o vértice à base é também mediana, mediatriz, bissetriz e altura desse triângulo.



VII. Defina como raio a distância entre o ponto médio referente ao segmento $\overline{AB}$ e seu vértice adjacente, pontos *A* e *B*;

VIII. Com centro em cada um dos vértices do triângulo trace três **circunferências tangentes entre si.**

Voltemos à Mandala.

Temos um triângulo equilátero inscrito na circunferência base, logo, seus vértices são pontos pertencentes à circunferência, além de seus centros coincidirem.

Etapa II – construção da circunferência base

» O centro da circunferência base, que circunscreve o triângulo, é o **circuncentro** (interseção das **mediatrizes** dos lados do triângulo).

Nesta parte podemos chamar atenção ao fato de que em um triângulo equilátero, o incentro (interseção das bissetrizes internas), o circuncentro (interseção das mediatrizes dos lados), o ortocentro (interseção das alturas relativas aos lados) e também o baricentro (interseção das medianas) coincidem.

• Seguindo essas observações, vamos iniciar o traçado da circunferência base.

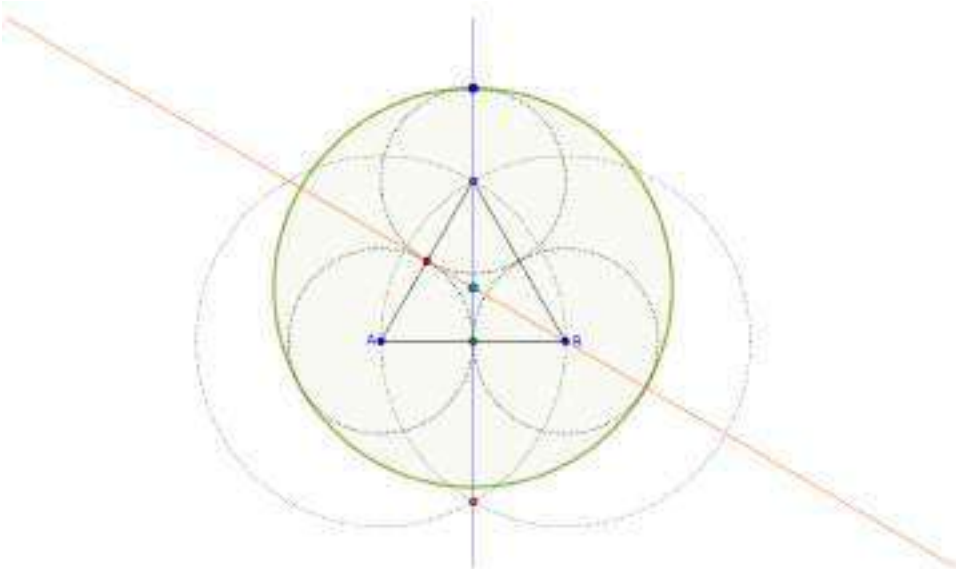
I. Para definir o centro do triângulo equilátero, o **circuncentro**, vamos traçar a segunda **mediatriz** relativa ao lado do triângulo construído anteriormente. Para traça-la vamos marcar o ponto de interseção entre duas circunferências tangentes, referentes a outro lado do triângulo:

II. Trace a reta **mediatriz** unindo esse ponto de interseção ao vértice oposto;

III. Observe que as **mediatrizes** se interceptam em um único ponto. Marque esse ponto; este é o **circuncentro**, ou seja, o centro da circunferência que circunscreve o triângulo;

IV. Para definir o raio da circunferência base, vamos marcar o ponto interseção, ponto superior, entre uma das circunferências tangentes com a **mediatriz**.

V. Defina como raio da circunferência base a distância entre o **circuncentro** do triângulo e este ponto de interseção e trace, a partir do **circuncentro**, a circunferência base.



Pra finalizar nossa construção, vamos construir o triângulo inscrito na circunferência.

Etapa III – construção do triângulo equilátero inscrito na circunferência

I. Para definir o primeiro vértice do triângulo equilátero vamos marcar o ponto de interseção entre a circunferência base e a **mediatriz** que usamos como referência para definir o raio da circunferência;

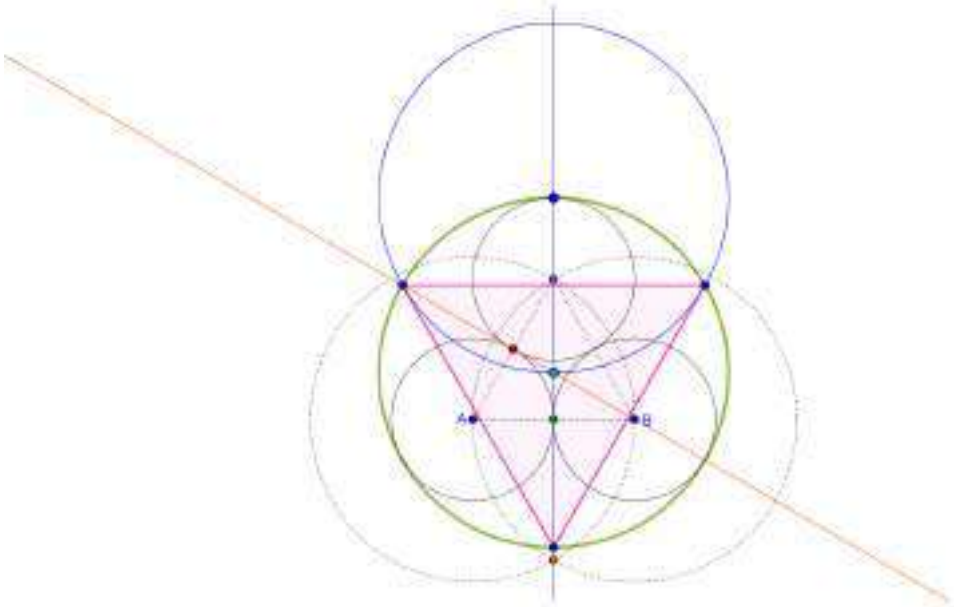
II. Para traçar o segundo e o terceiro vértice, vamos construir uma circunferência com mesma medida de raio da circunferência base e centro no ponto de interseção entre a circunferência base e a **mediatriz**;

III. Marque os pontos de interseção dessa circunferência com a circunferência base;

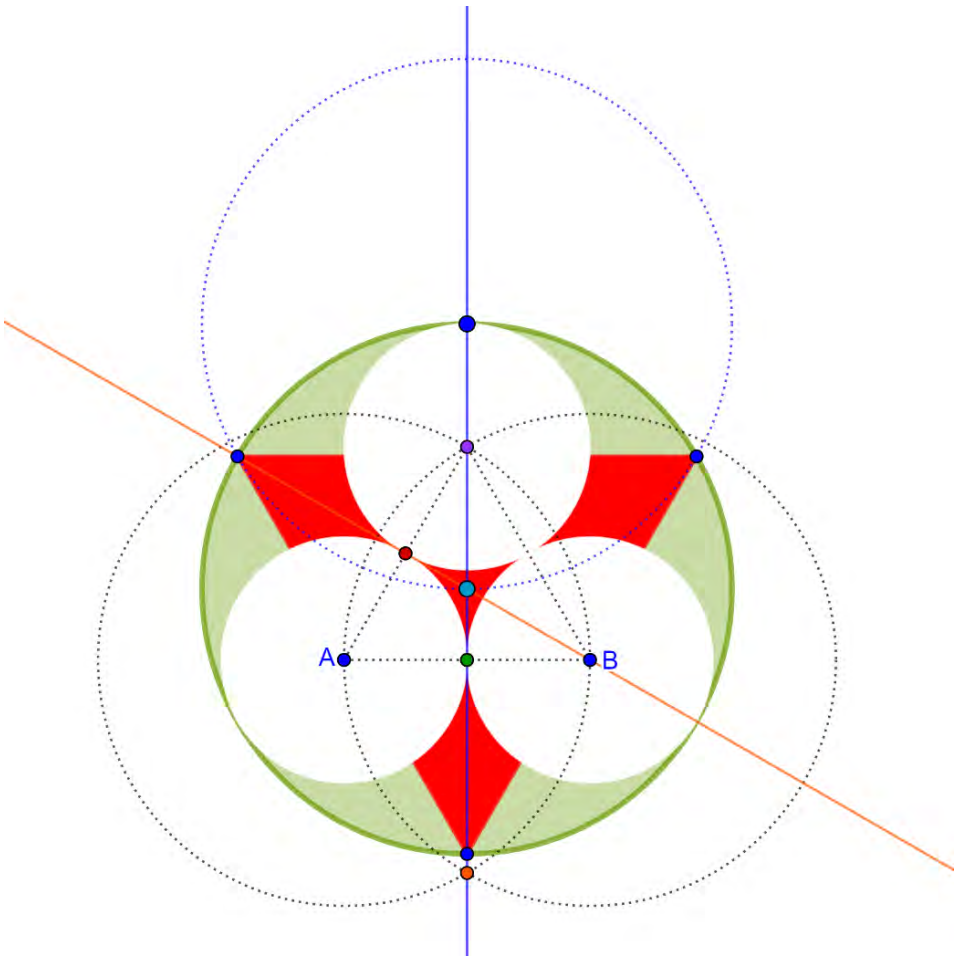
Seguindo esses passos temos uma circunferência dividida em 3 partes iguais.

IV. Trace segmentos unindo esses três pontos;

V. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o triângulo inscrito na circunferência.



Nossa construção está finalizada! Agora vamos mudar as cores, alterar as camadas de construção para sobrepor as figuras e ocultar alguns elementos de construção.



Na construção desta Mandala exploramos...

- Ponto médio, mediatriz, bissetriz e altura
- Incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro
- Triângulo equilátero
- Triângulo equilátero inscrito na circunferência
- Circunferências tangentes
- Divisão de uma circunferência em 3 partes congruentes

Escaneie e **assista** a construção desta mandala

DESAFIO

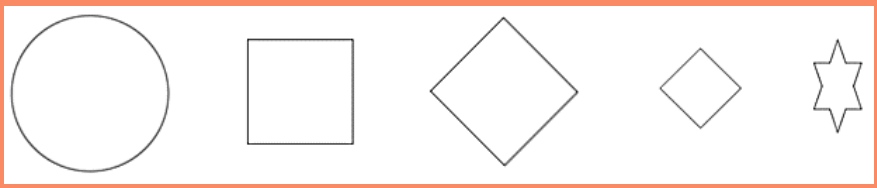
Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Faça você mesma a composição[4] da Mandala.

[4] Foram disponibilizadas peças para compor esta Mandala (Kit de montagem)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO DESAFIO GEOMÉTRICO III



Figuras que compõem esta mandala

- uma circunferência grande que é a base desta Mandala, ou seja, circunferência base.
- dois quadrados de mesmo tamanho
- um quadrado menor
- um polígono estrelado

O exercício de decompor a Mandala tem como objetivo despertar insights sobre os objetos e conceitos da geometria plana que poderão se fazer necessários para sua construção.

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Observamos inicialmente dois quadrados de mesmo tamanho inscritos na circunferência base, formando juntas uma estrela regular de oito pontas.

Um quadrado menor inscrito em um dos quadrados maiores.

E, por último, dois triângulos formando um polígono estrelado: cada triângulo tem um vértice coincidente a um dos vértices de um dos quadrados maiores.

Com essas informações já podemos começar a construir...

Na construção da circunferência base, iniciaremos pelo diâmetro da circunferência que podemos fazer coincidir com a diagonal de um dos quadrados.

Observe que para traçar uma circunferência necessitamos somente do centro e da medida do raio, mas o design da Mandala nos inspira a iniciar esse desenho pelo diâmetro da circunferência ou diagonal de um dos quadrados.

Etapa I – construção da circunferência base e do primeiro quadrado inscrito na circunferência

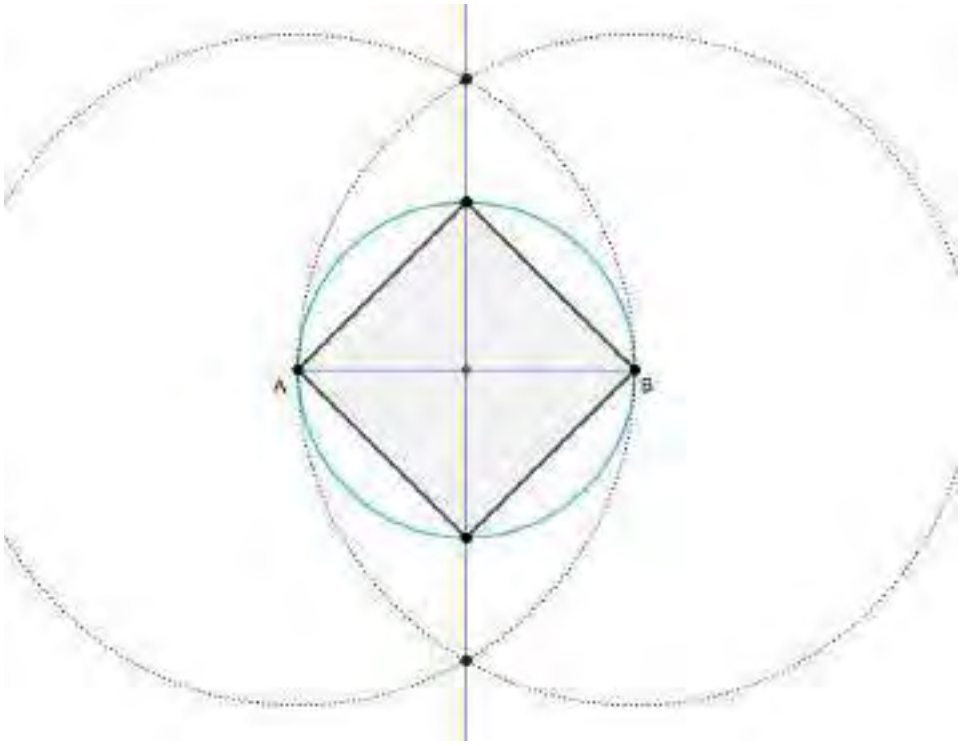
I. Defina o diâmetro da circunferência base traçando um segmento de reta $\overline{AB}$;

II Para definir o centro da circunferência base, vamos marcar o **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$. O raio será a distância entre o **ponto médio** e um dos pontos, A ou B. Trace, a partir do **ponto médio**, a circunferência base;

Nesta parte é importante chamar atenção que ao marcar o ponto médio traçamos a reta mediatriz do segmento $\overline{AB}$, esta reta é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$, por definição.

III. A circunferência base está dividida em duas partes congruentes, ou seja, iguais. Observe que a reta que passa pelo **ponto médio**, **reta mediatriz**, intercepta a circunferência em dois pontos. Marque esses pontos;

IV. Temos então uma **circunferência dividida em 4 partes congruentes.** Trace segmentos unindo esses pontos. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **quadrado inscrito na circunferência.**



Etapa II – construção do segundo quadrado inscrito na circunferência

• Primeiro, vamos discutir a posição relativa deste quadrado em relação ao primeiro quadrado:

Ambos estão inscritos na circunferência base.

Os centros dos quadrados coincidem.

O segundo quadrado tem seus vértices deslocados 45° em sentido horário ou anti-horário.

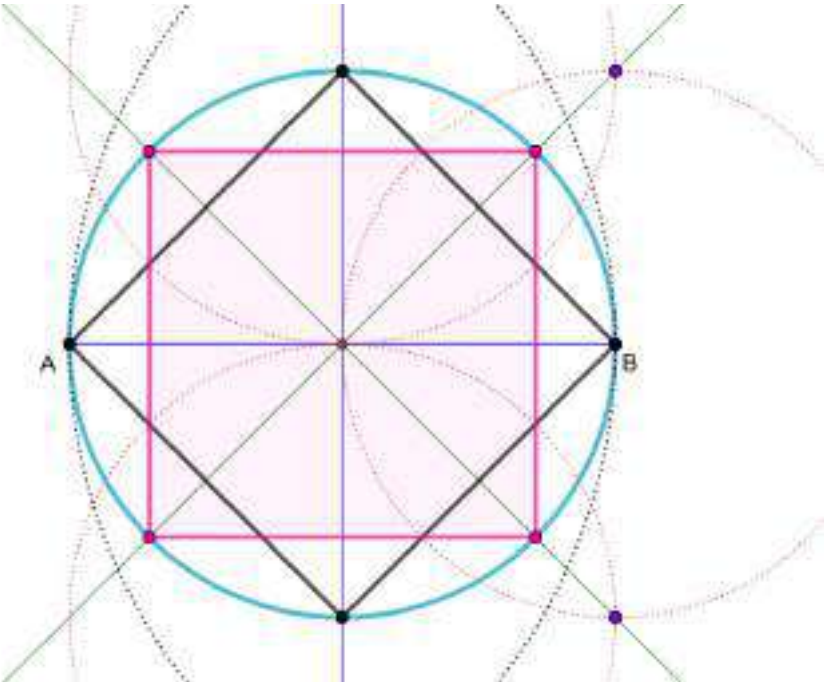
• Seguindo essas observações, vamos iniciar o traçado do segundo quadrado

I. Para traçar o segundo quadrado vamos marcar quatro pontos, deslocados 45° em sentido horário ou anti-horário em relação aos já marcados, sobre a circunferência. Para marcar esses pontos vamos traçar as duas **bissetrizes** referentes ao segmento $\overline{AB}$ e a **mediatriz**;

II. Observe que as **bissetrizes** interceptam a circunferência em quatro pontos. Marque esses pontos;

III. Trace segmentos unindo esses pontos. Da união desses pontos sob a circunferência temos o segundo quadrado.

IV. Concluindo a construção dos dois quadrados temos uma **circunferência dividida em 8 partes congruentes.**



Voltemos à Mandala.

Temos ainda um terceiro quadrado, o menor. Observe que esse quadrado (menor) está inscrito no segundo quadrado traçado e, portanto, seus vértices são pontos pertencentes aos lados do referido quadrado, situados no ponto médio de cada lado.

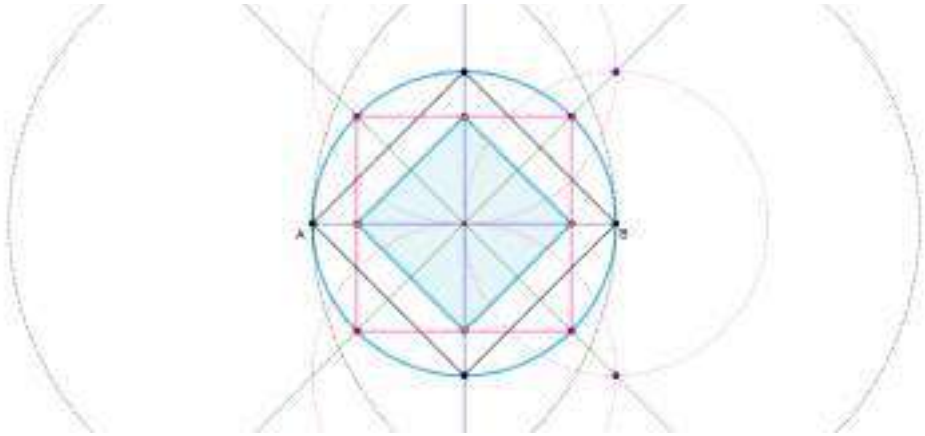
Etapa III – construção do terceiro quadrado

• Observe que os vértices desse quadrado já estão indicados. São eles:

I. Os dois pontos de interseção do segundo quadrado construído com a **mediatriz** do segmento $\overline{AB}$, marque-os;

II. E os dois pontos de interseção do segundo quadrado com o segmento $\overline{AB}$, marque-os;

III. Trace segmentos unindo esses pontos. Da união desses pontos temos o terceiro quadrado.



Pra finalizar nossa construção, vamos construir o polígono estrelado.

Etapa IV – construção do polígono estrelado

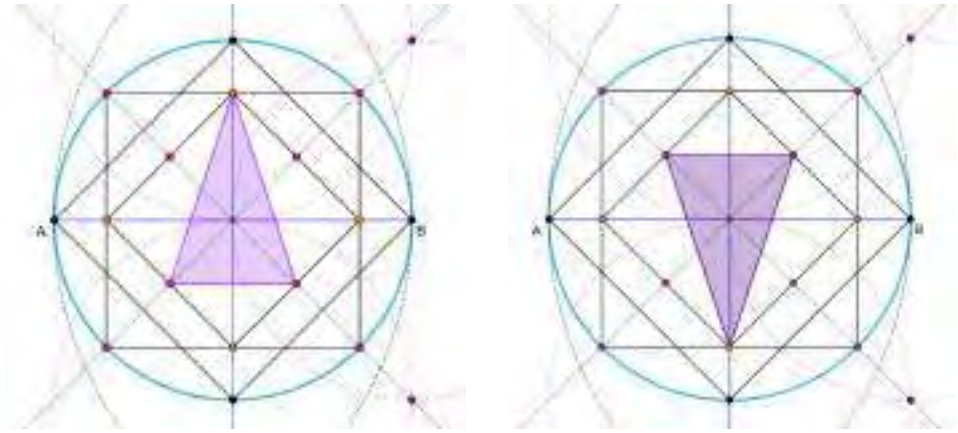
• Observando o polígono estrelado percebemos que ele é constituído por dois triângulos, um deles deslocado 180º em relação ao outro.

I. Para construirmos os triângulos vamos marcar os pontos de interseção entre as **bissetrizes** e o terceiro quadrado. Estes pontos serão seus vértices;

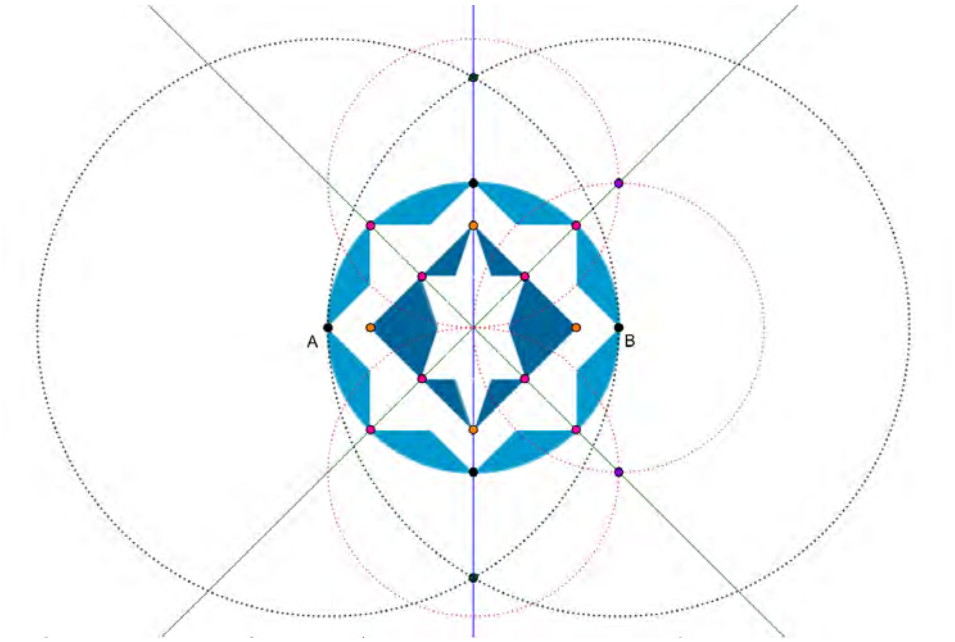
II. Trace segmentos unindo um dos vértices do terceiro quadrado e dois pontos de interseção marcados anteriormente. Temos um triângulo isósceles;

III. Repita o processo com os outros dois pontos e outro vértice. Temos o segundo triângulo invertido em relação ao primeiro;

IV. Para formar o polígono estrelado, sobrepomos os dois triângulos.



Nossa construção está finalizada! Agora vamos mudar as cores, alterar as camadas de construção para sobrepor as figuras e ocultar alguns elementos de construção.



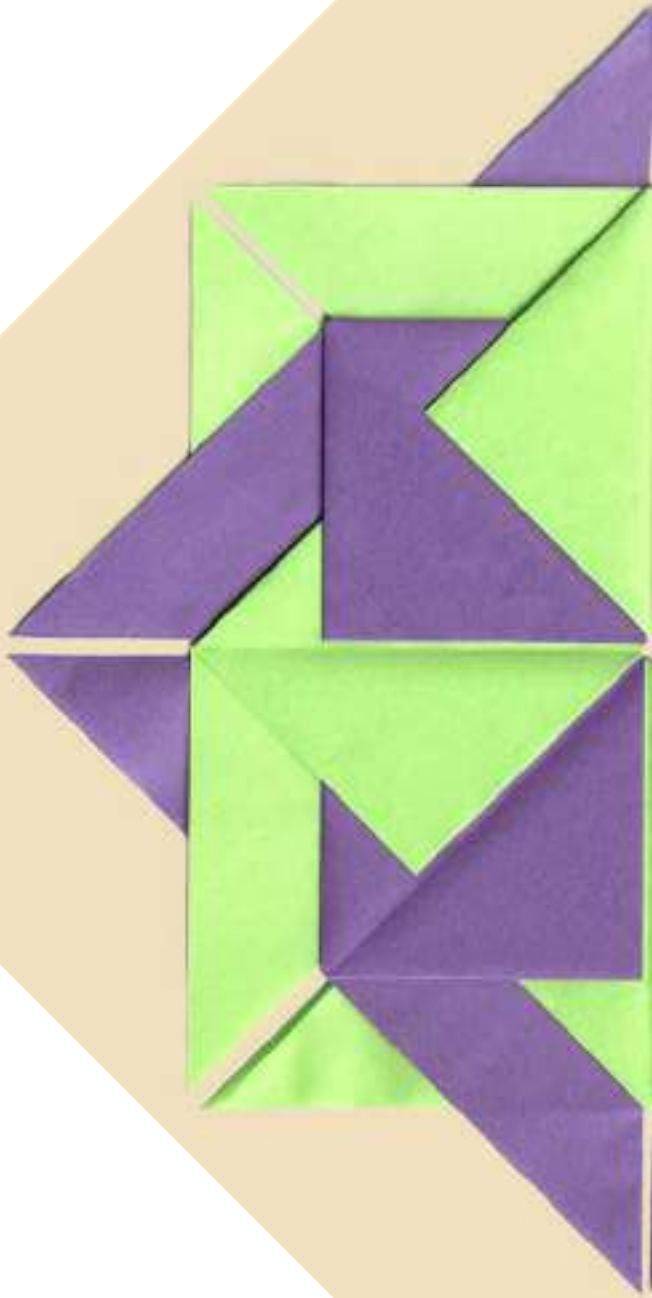
Na construção desta Mandala exploramos...

- Ponto médio, Mediatriz, Bissetriz
- Reta perpendicular
- Quadrado
- Triângulo isósceles
- Quadrado inscrito na circunferência
- Polígonos estrelados
- Divisão de uma circunferência em 4 e em 8 partes congruentes

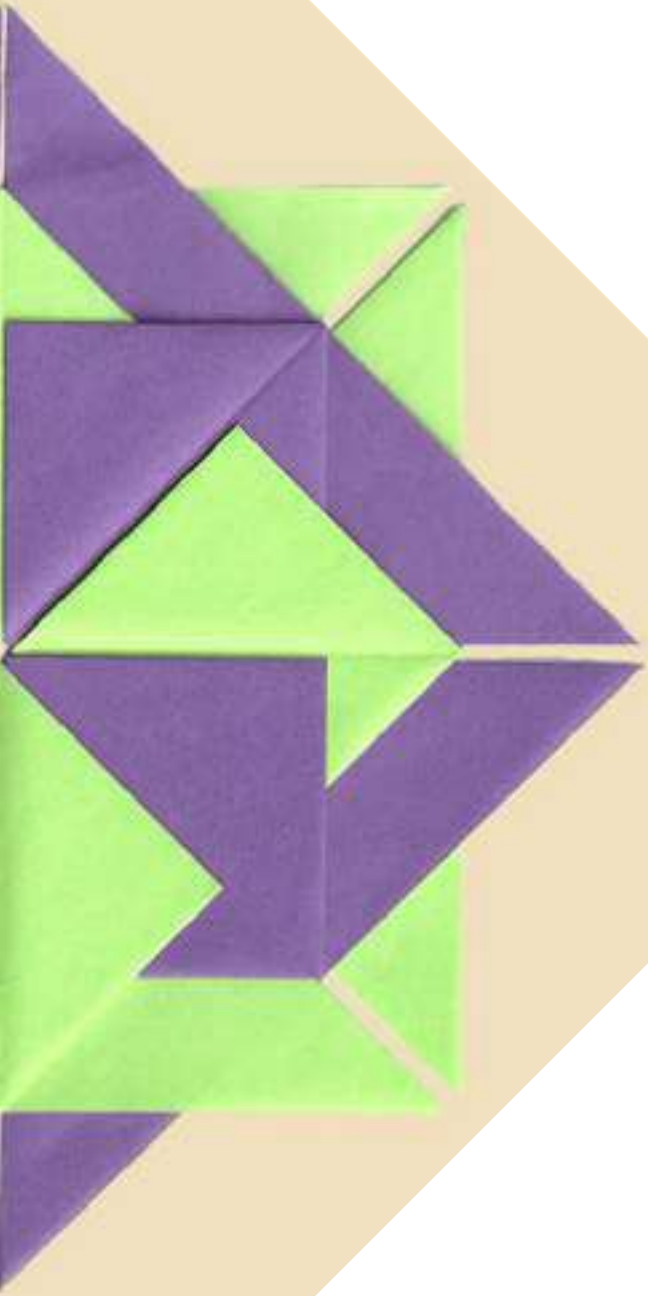
Escaneie e **assista** a construção desta mandala

ORIGAMI

Origami é a junção de dois caracteres:
折り (ori) = dobrar e 紙 (kami) = papel.
Sabe-se que a arte do origami se iniciou na China, mas foi no Japão que se difundiu tornando-se a arte tradicional japonesa de dobrar papel, confeccionando objetos através de dobras geométricas em papel.



折紙



Com o passar do tempo, o origami ganhou novas técnicas e formas e o origami modular é uma delas. Com o uso de cortes e colagem temos um leque de possibilidades para criar várias Mandalas Geométricas.

DESAFIO

IV

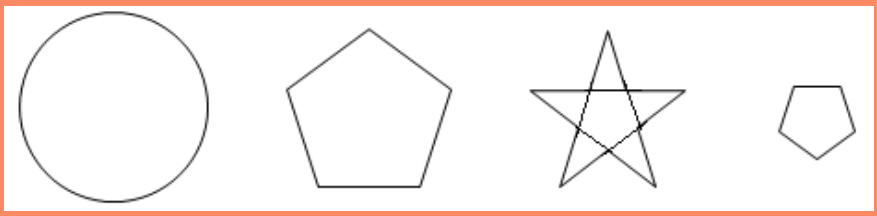
Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Faça você mesma a composição[5] da Mandala.

[5] Foram disponibilizadas peças para compor esta Mandala (Kit de montagem)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO DESAFIO GEOMÉTRICO IV



Figuras que compõem esta mandala

- uma circunferência grande que é a base desta Mandala, ou seja, circunferência base.
- um pentágono
- um polígono estrelado
- e um pentágono menor

O exercício de decompor a Mandala tem como objetivo despertar insights sobre os objetos e conceitos da geometria plana que poderão se fazer necessários para sua construção.

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Observamos inicialmente um pentágono inscrito na circunferência base.

Um polígono estrelado inscrito no pentágono.

E, por último, uma estrela de cinco pontas que pode ser constituída por cinco triângulos, com um pentágono menor ao centro.

Com essas informações já podemos começar a construir...

Etapa I – construção da circunferência base e do pentágono regular inscrito na circunferência

I. Defina o raio da circunferência base traçando um segmento de reta $\overline{AB}$;

II. Para definir o centro da circunferência base escolha o ponto *A*. Trace, a partir desse ponto, a circunferência base.

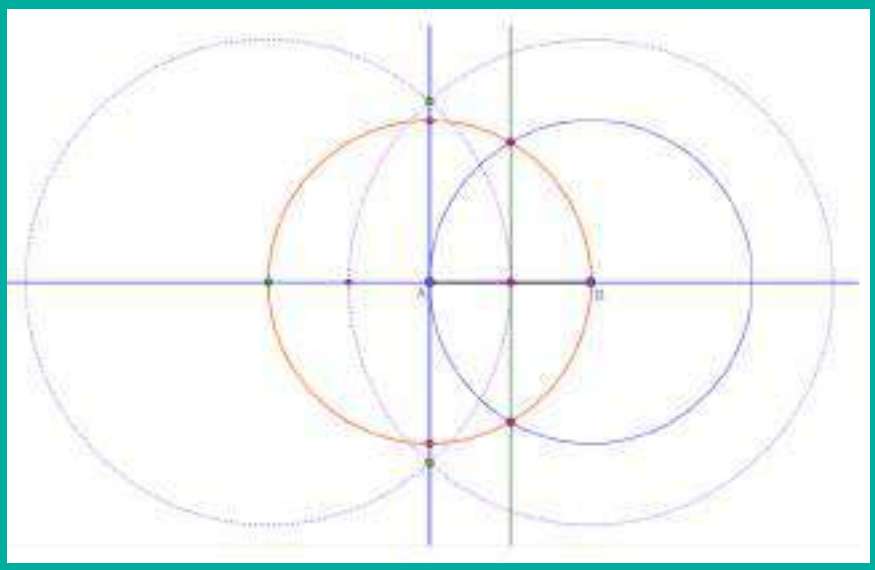
III. Para definirmos o diâmetro da circunferência base vamos traçar uma reta passando pelos pontos *A* e *B*. Marque os dois pontos de interseção da reta traçada com a circunferência base;

IV. Perceba que temos dois pontos marcados sobre a circunferência base. Precisamos dividir esta circunferência em quatro partes congruentes, para isso, vamos traçar uma **reta perpendicular** que passe pelo ponto *A*;

Nesta parte podemos chamar atenção que ao traçar a reta perpendicular estamos traçando a mediatriz referente ao diâmetro da circunferência base, por definição.

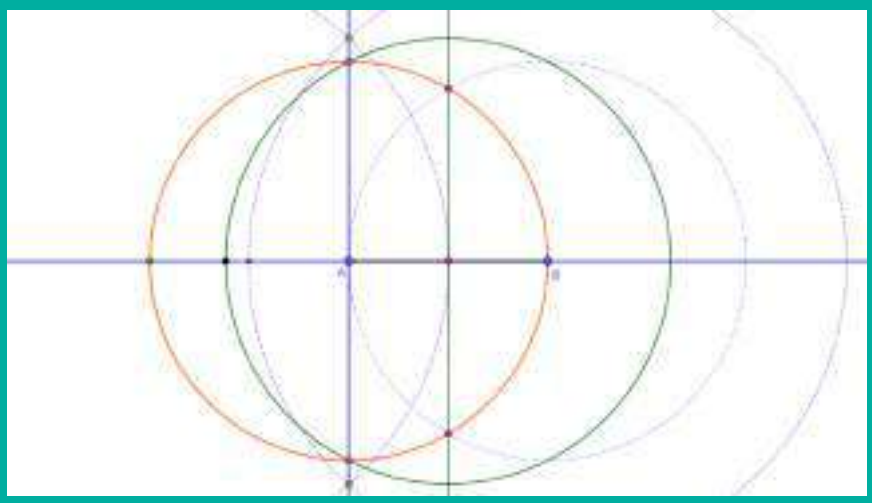
V. A **reta perpendicular** intercepta a circunferência em dois pontos. Marque esses pontos;

VI. O próximo passo é determinar o **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$;



VII Vamos traçar uma circunferência a partir do **ponto médio**. O raio será definido pela distância entre um dos pontos de interseção entre a circunferência base e a **reta perpendicular** ao diâmetro, e o **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$;

VIII. Observe que esta circunferência intercepta o diâmetro em um único ponto. Marque este ponto;

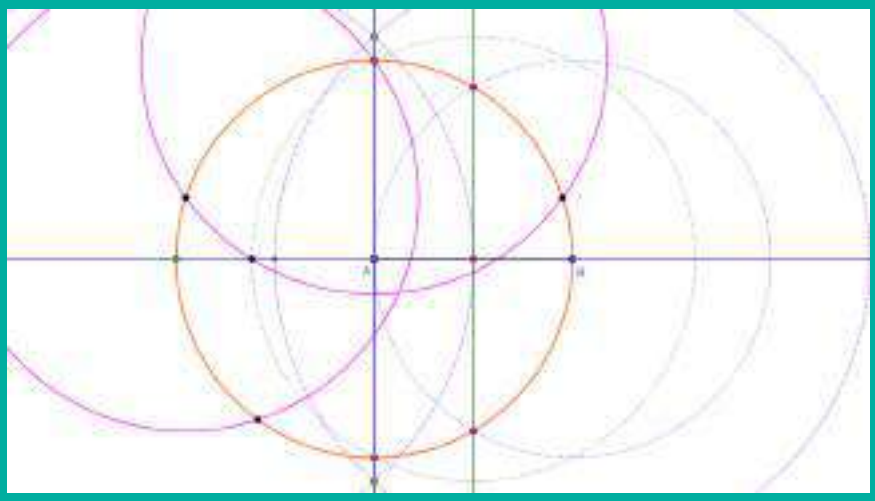


IX. Vamos traçar outra circunferência. Defina como raio a distância deste ponto ao ponto de interseção entre a **reta perpendicular** ao diâmetro e a circunferência base. A partir do ponto de interseção entre a **reta perpendicular** ao diâmetro e a circunferência base trace outra circunferência;

X. Observe que esta circunferência intercepta a circunferência base em dois pontos, marque-os;

XI. Defina um desses pontos como centro e trace outra circunferência de mesmo raio da anterior;

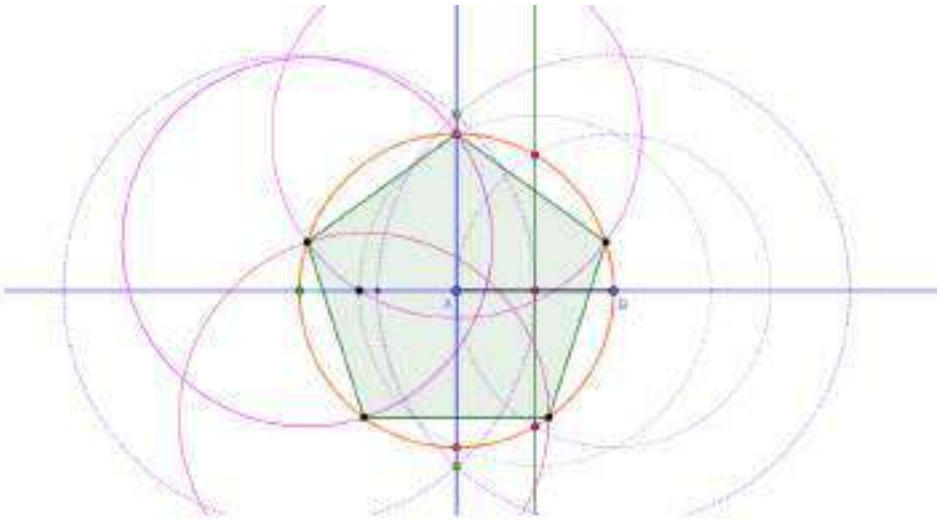
XII. A circunferência traçada interceptará a circunferência base em um ponto, marque-o;



XIII. Trace outra circunferência definindo esse ponto de interseção como centro e a mantenha a mesma medida do raio. Marque o ponto de interseção entre essa circunferência e a circunferência base;

XIV. Observe que a partir destes quatro últimos pontos marcados e o ponto de interseção entre a **reta perpendicular** ao diâmetro e a circunferência base temos uma **circunferência dividida em 5 partes congruentes;**

XV. Trace segmentos unindo esses pontos. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **pentágono inscrito na circunferência.**



Voltemos à Mandala.

Observando o polígono estrelado percebemos que ele está inscrito no pentágono e na circunferência base. Temos também que seus vértices coincidem com os vértices do pentágono.

Pra finalizar nossa construção, vamos construir o polígono estrelado.

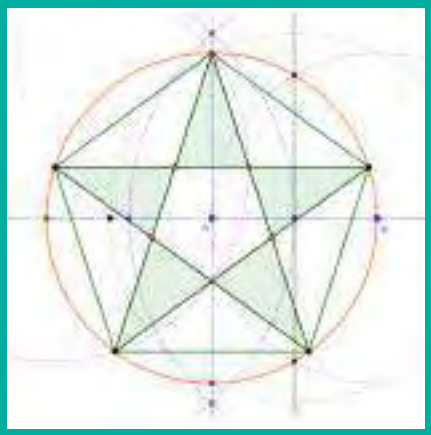
Etapa II – construção do polígono estrelado

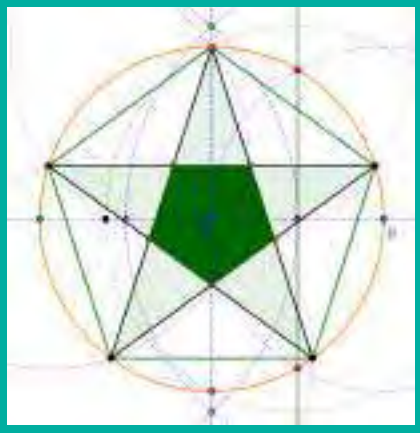
I. Perceba que o polígono estrelado é formado por triângulos. Para construirmos esses triângulos vamos traçar segmentos partindo de cada um dos vértices do pentágono até os vértices opostos. De cada vértice partirá dois segmentos. Ao todo traçaremos cinco segmentos;

II. Observe que os segmentos se interceptam. Marque os pontos de interseção entre esses segmentos;

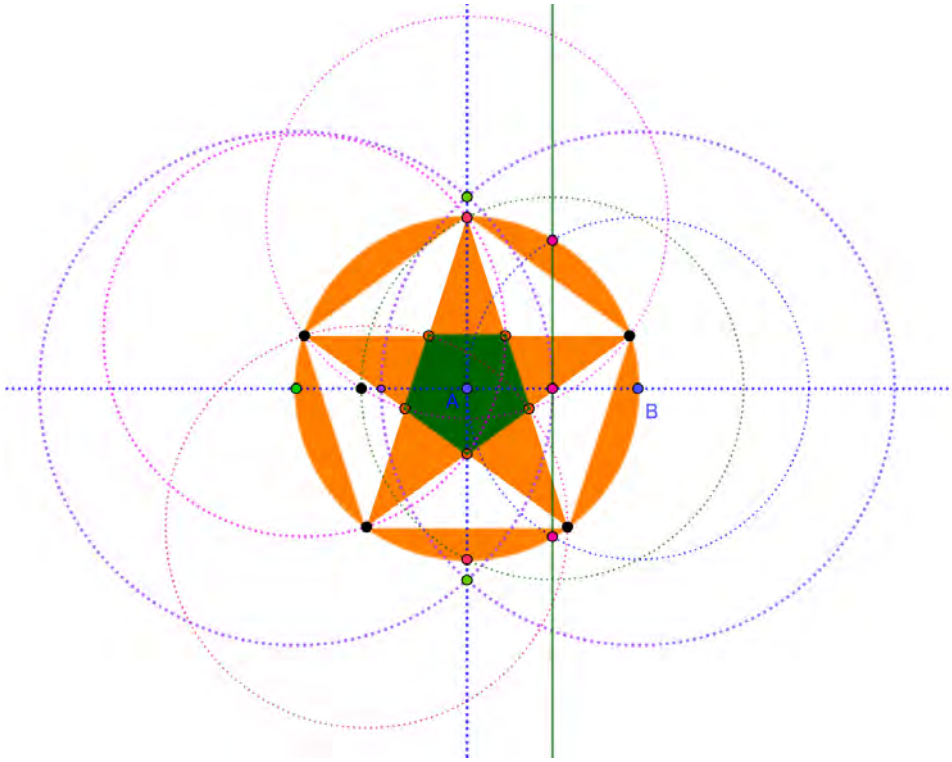
III. Trace o polígono estrelado unindo de três em três pontos, formando cinco triângulos isósceles;

IV. Perceba que ao marcarmos os pontos de interseção entre os segmentos temos delimitamos um pentágono menor ao centro. Una esses pontos formando o pentágono e finalize o polígono estrelado.





Nossa construção está finalizada! Agora vamos mudar as cores, alterar as camadas de construção para sobrepor as figuras e ocultar alguns elementos de construção.



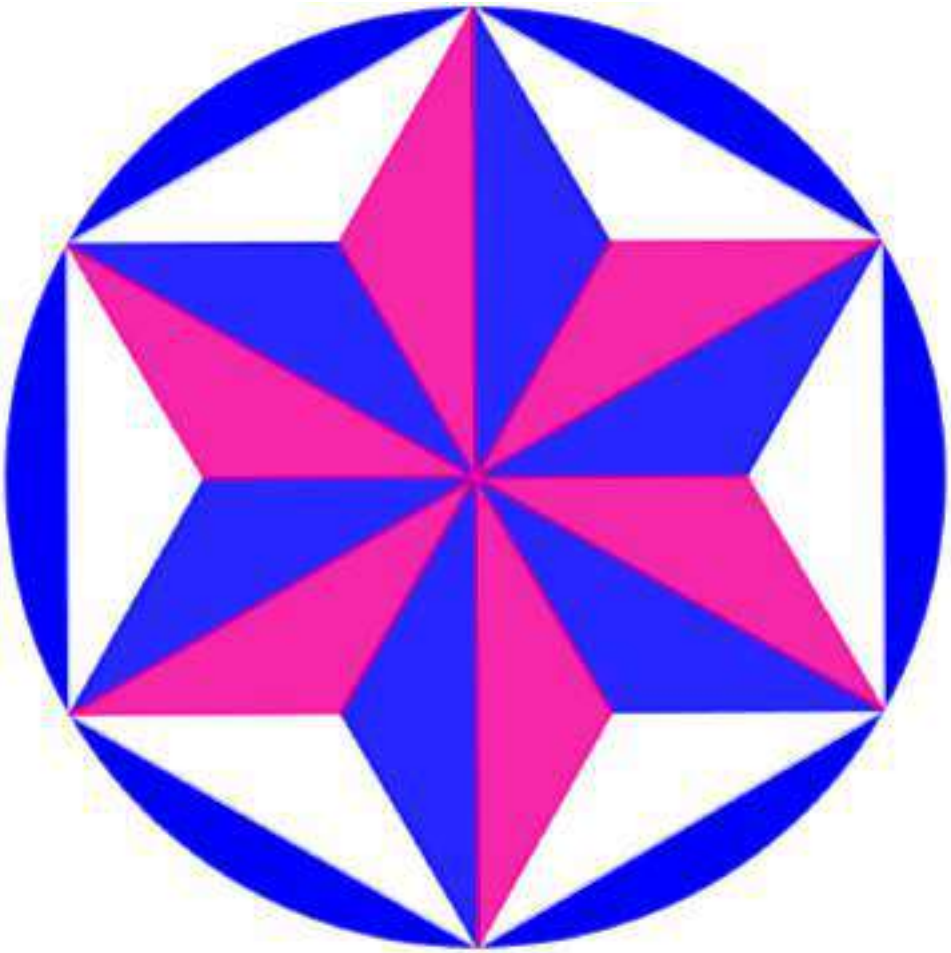
Na construção desta Mandala exploramos...

- Ponto médio, Mediatriz, Bissetriz
- Reta perpendicular
- Triângulo isósceles
- Pentágono regular
- Pentágono inscrito na circunferência
- Polígonos estrelados
- Divisão de uma circunferência em 5 partes congruentes

Escaneie e **assista** a construção desta mandala

DESAFIO

V



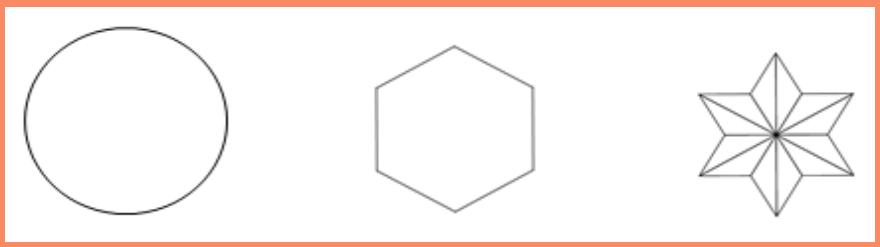
Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Faça você mesma a composição[6] da Mandala.

[6] Foram disponibilizadas peças para compor esta Mandala (Kit de montagem)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO DESAFIO GEOMÉTRICO V



Figuras que compõem esta mandala

- uma circunferência grande que é a base desta Mandala, ou seja, circunferência base
- um hexágono
- um polígono estrelado

O exercício de decompor a Mandala tem como objetivo despertar insights sobre os objetos e conceitos da geometria plana que poderão se fazer necessários para sua construção.

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Observamos inicialmente um hexágono inscrito na circunferência.

Um polígono estrelado inscrito no hexágono: uma estrela de seis pontas que pode ser constituída por seis losangos ou doze triângulos.

Com essas informações já podemos começar a construir...

Etapa I – construção da circunferência base e do hexágono inscrito na circunferência

I Defina o raio da circunferência base traçando um segmento de reta $\overline{AB}$;

II. Para definir o centro da circunferência base escolha o ponto *A*. Trace, a partir desse ponto, a circunferência base.

III A partir do ponto *B* vamos construir outra circunferência de raio $\overline{AB}$;

IV. Observe que esta circunferência intercepta a circunferência base em dois pontos, marque-os;

V. Mantendo a mesma medida de raio $\overline{AB}$ traçaremos outras duas circunferências com centro nos pontos de interseção marcados anteriormente;

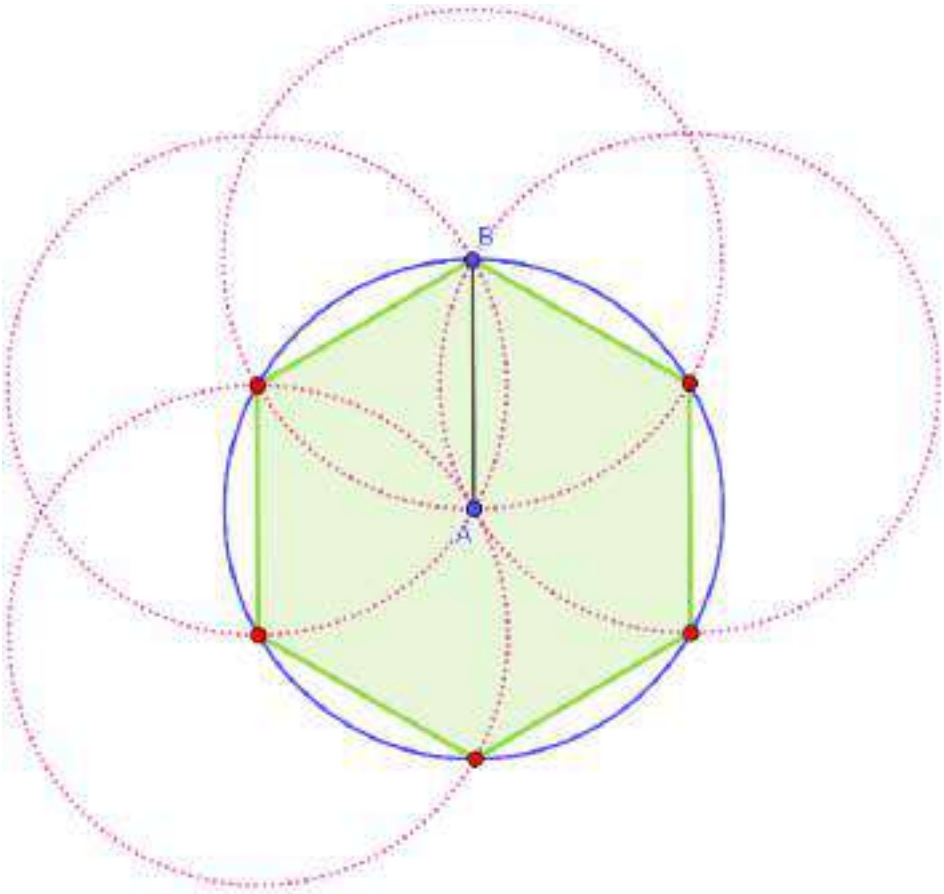
VI. Marque os pontos de interseção entre essas circuferências e a circunferência base;

VII. Por fim traçaremos a quarta circunferência partindo de um dos pontos de interseção marcados acima e mesmo raio $\overline{AB}$;

VIII. Marque o ponto de interseção entre essa última circunferência e a circunferência base;

IX. Observe que a partir destes cinco últimos pontos marcados e o ponto *B* temos uma **circunferência dividida em 6 partes congruentes;**

X. Trace segmentos unindo esses pontos. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **hexágono inscrito na circunferência.**



Pra finalizar nossa construção, vamos construir o polígono estrelado.

Etapa II – construção do polígono estrelado

• Primeiro, vamos discutir a posição relativa do polígono estrelado em relação ao hexágono:

Ambos estão inscritos na circunferência base.

Seus centros coincidem.

As pontas do polígono coincidem com os vértices do hexágono.

• Seguindo essas observações, vamos iniciar o traçado do polígono

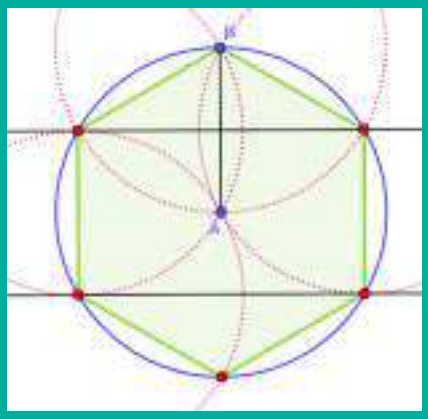
I. Vamos começar traçando **retas paralelas** que passem pelos vértices do hexágono. Observe que para traçar as paralelas basta traçar retas por dois pares de vértices opostos;

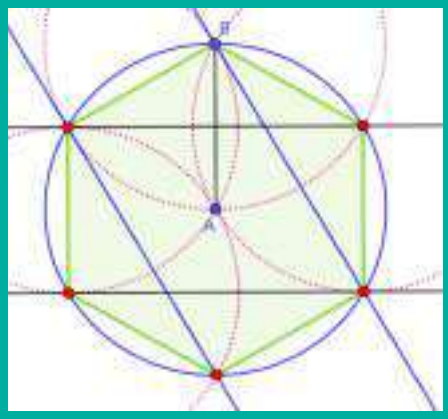
Nesta parte podemos chamar atenção para o fato que em todo hexágono regular seus lados opostos são paralelos. E, assim, ao traçar retas passando por vértices opostos temos retas paralelas, por definição.

II. Perceba que ao traçar as **retas paralelas** formamos um retângulo com a lateral do hexágono. Tome um de seus vértices desse retângulo e passe uma reta de forma que intercepte a outra reta em um ponto;

III. Vamos traçar uma **reta paralela** a essa. Trace uma reta pelos pontos opostos à reta traçada;

IV. Perceba que temos mais um retângulo formado pelas retas e as laterais do hexágono;



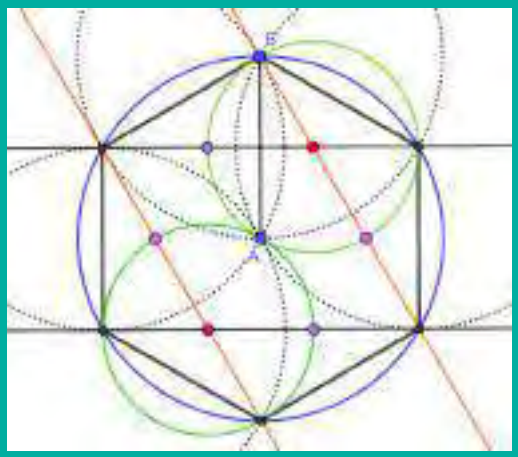


V. Observe que os dois pares de **retas paralelas** se interceptam em quatro pontos, sendo dois deles coincidentes aos vértices do hexágono. Marque os outros dois pontos de interseção entre as retas traçadas. Começamos a definir os vértices do polígono estrelado;

VI. Para definirmos mais dois vértices vamos traçar uma circunferência com o raio sendo a distância entre um dos pontos de interseção e um dos vértices adjacentes a ele que não pertença ao retângulo. A partir do ponto de interseção escolhido trace a circunferência;

VII. Perceba que esta circunferência intercepta cada reta em dois pontos, dois são vértices do hexágono, marque os outros pontos de interseção;

VIII. Repetiremos esta construção para o outro ponto de interseção entre as retas. Definiremos assim mais dois vértices do polígono estrelado;



Voltemos à Mandala.

Observe que os triângulos que constituem o polígono estrelado possuem, de dois em dois, um lado em comum formando um losango.

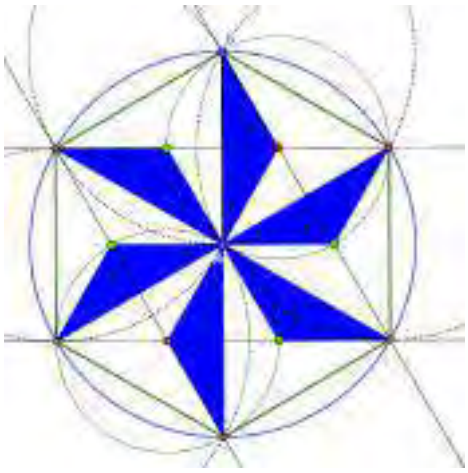
Observe que os vértices desses pares de triângulos, ou losangos, já estão indicados. São eles:

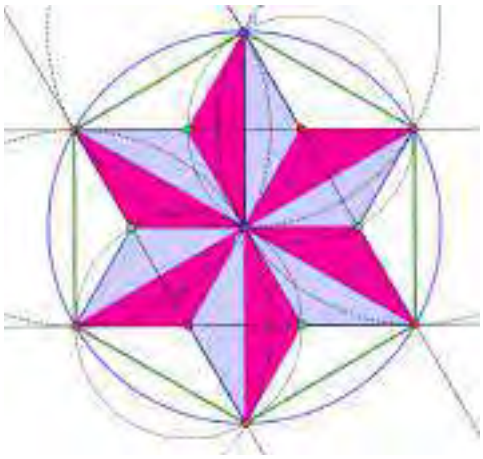
IX. Para o primeiro triângulo do par: um ponto do vértice do hexágono, o ponto de interseção entre a reta e a circunferência, e o centro da circunferência base;

X. Para o segundo triângulo do par: um ponto do vértice do hexágono, o ponto de interseção entre as retas e o centro da circunferência base;

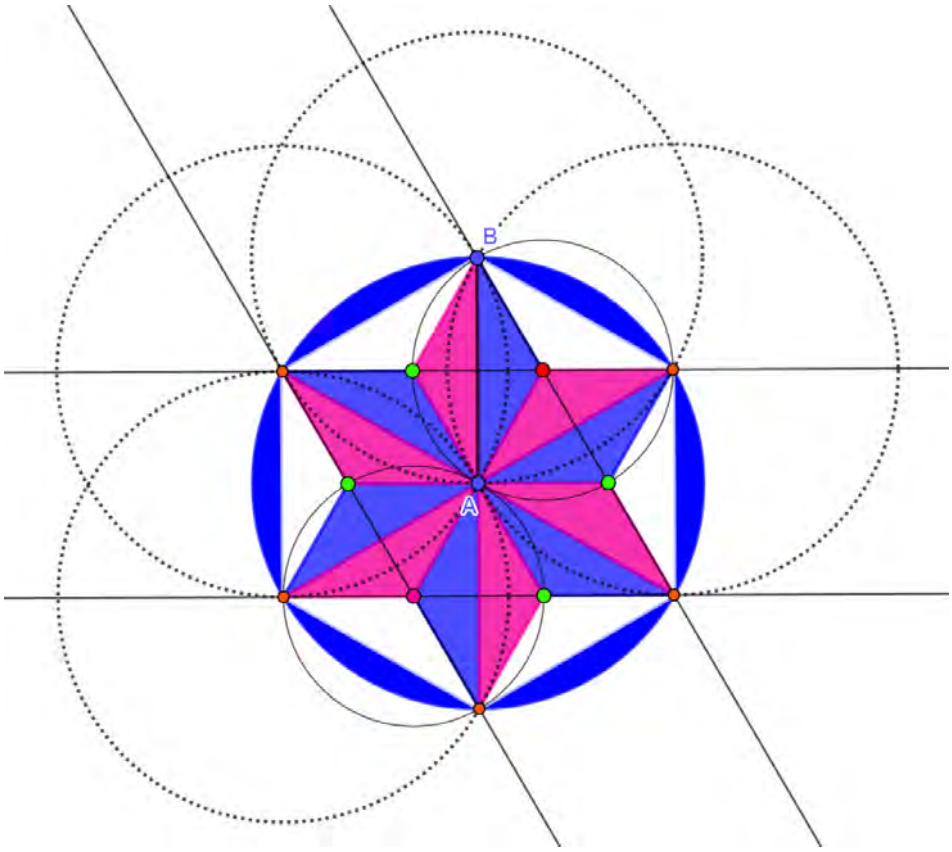
XI. Trace segmentos unindo esses pontos formando um par de triângulos isósceles;

XII. Repita o processo até construir doze triângulos isósceles.





Nossa construção está finalizada! Agora vamos mudar as cores, alterar as camadas de construção para sobrepor as figuras e ocultar alguns elementos de construção.



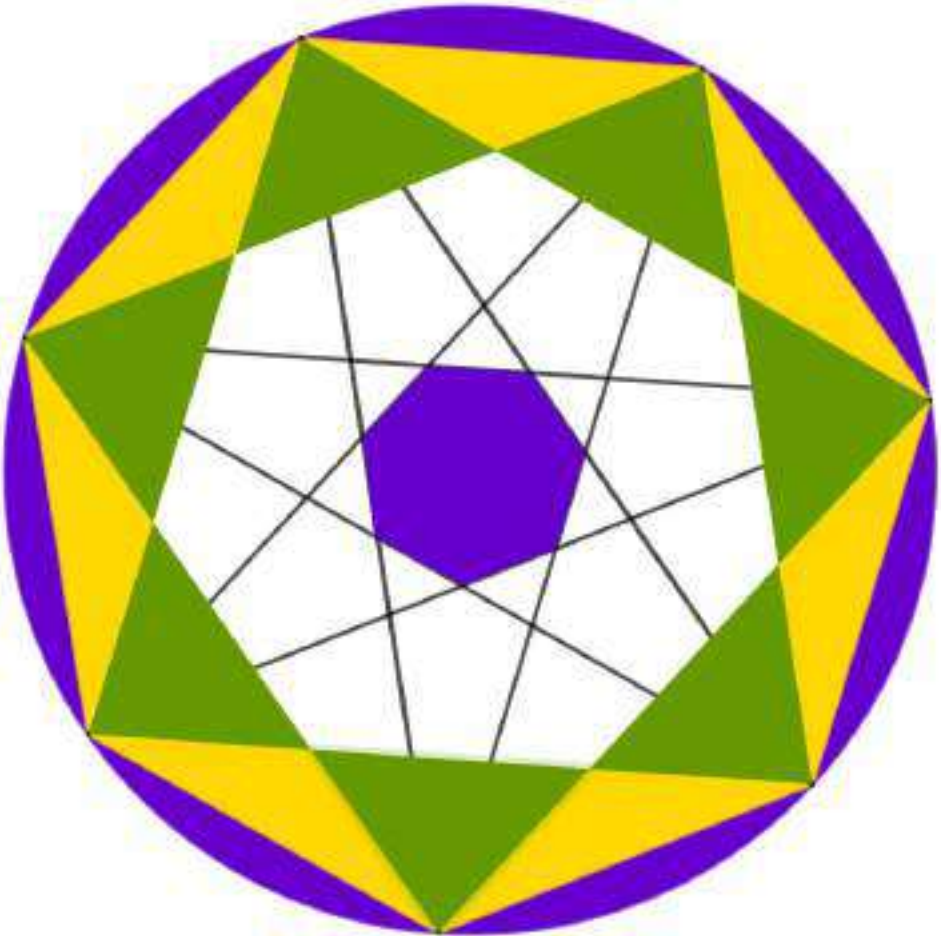
Na construção desta Mandala exploramos...

- Triângulo isósceles, losango
- Reta paralela
- Triângulo isósceles
- Hexágono regular
- Hexágono inscrito na circunferência
- Polígonos estrelados
- Divisão de uma circunferência em 6 partes congruentes

Escaneie e **assista** a construção desta mandala

DESAFIO

VI



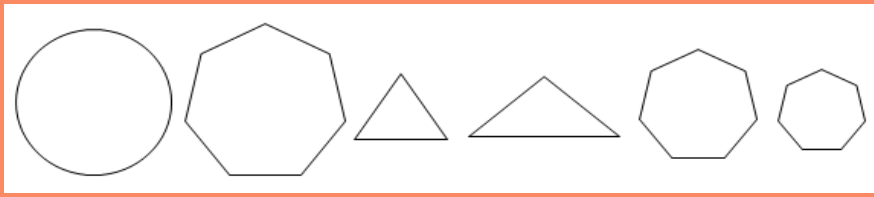
Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Faça você mesma a composição[7] da Mandala.

[7] Foram disponibilizadas peças para compor esta Mandala (Kit de montagem)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO DESAFIO GEOMÉTRICO VI



Figuras que compõem esta mandala

- uma circunferência grande que é a base desta Mandala, ou seja, circunferência base.
- quatorze triângulos de dois tamanhos diferentes
- um heptágono maior
- um heptágono médio e outro menor

O exercício de decompor a Mandala tem como objetivo despertar insights sobre os objetos e conceitos da geometria plana que poderão se fazer necessários para sua construção.

Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

Observamos inicialmente um heptágono inscrito na circunferência base.

Sete triângulos: cada triângulo tem um dos vértices sobre um dos vértices do heptágono.

Um heptágono mediano: cada lado do heptágono coincide a um lado do triângulo.

E, por último, um heptágono menor formado pela interseção de algumas retas.

Com essas informações já podemos começar a construir...

Etapa I – construção da circunferência base e do heptágono inscrito na circunferência

I Defina o raio da circunferência base traçando um segmento de reta $\overline{AB}$;

II. Para definir o centro da circunferência base escolha o ponto *A*. Trace, a partir desse ponto, a circunferência base.

III. Para definir o primeiro vértice do heptágono vamos traçar a **mediatriz** do segmento $\overline{AB}$;

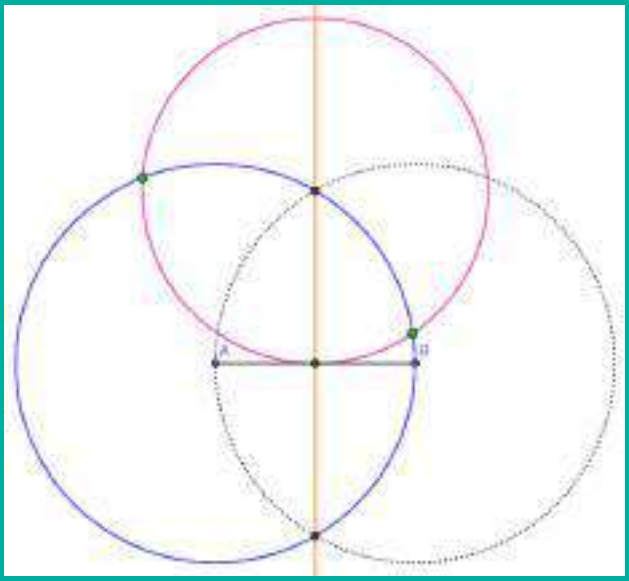
Nesta parte podemos chamar atenção que ao traçar a mediatriz referente ao raio da circunferência base, determinamos o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, por definição.

IV. Observe que a **mediatriz** intercepta a circunferência em dois pontos. Marque estes pontos.

V. A **mediatriz** também intercepta o segmento $\overline{AB}$ em um ponto, marque-o, este é o **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$;

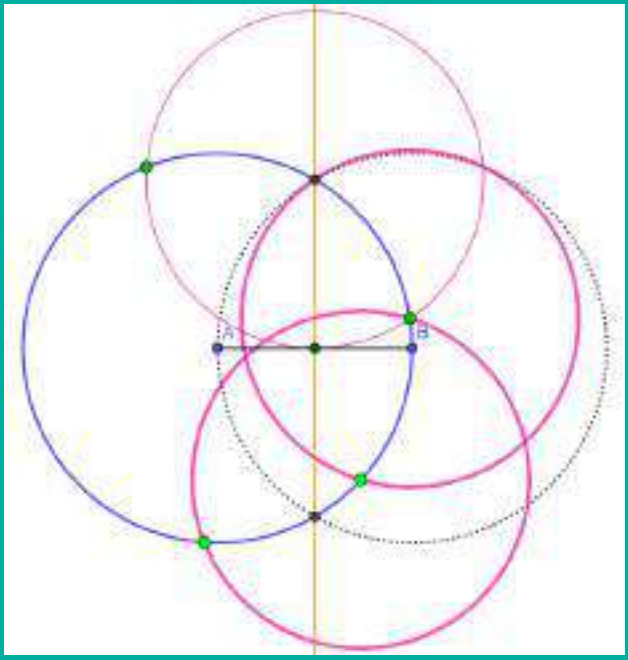
VI. Para definirmos mais dois vértices vamos traçar uma circunferência. Defina como raio a distância entre um dos pontos de in-terseção com a **mediatriz** e o **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$. A partir do ponto de interseção com a **mediatriz** trace a circunferência;

VII. Observe que esta circunferência intercepta a circunferência base em dois pontos, marque-os. Temos três vértices do heptágono definidos;



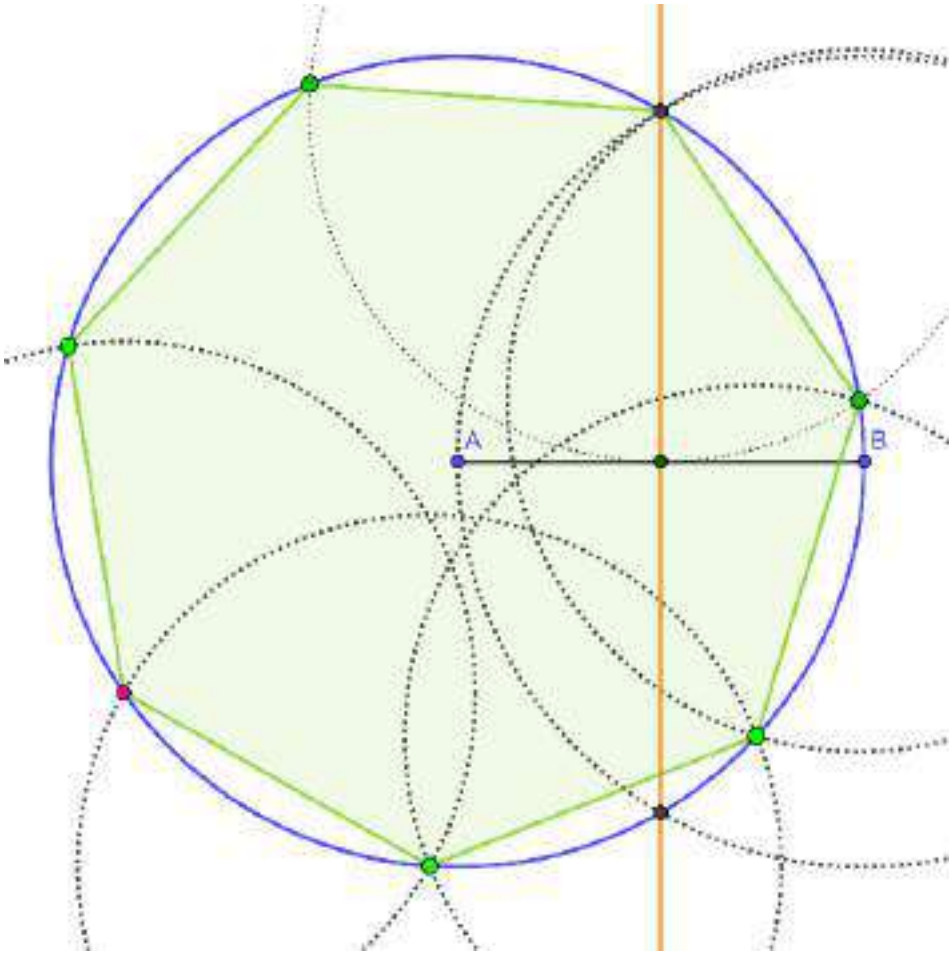
VIII. A partir de um desses pontos de interseção trace outra circunferência de mesmo raio. Marque o ponto de interseção com a circunferência base, este será o quarto vértice do heptágono;

IX. Para determinar os últimos vértices repita o processo de construção mais três vezes marcando os pontos de interseção entre as circunferências e a circunferência base;



X. Observe que a partir destes seis últimos pontos marcados e o ponto de interseção entre a **mediatriz** e a circunferência base temos uma **circunferência dividida em 7 partes;**

XI. Trace segmentos unindo esses pontos. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **heptágono inscrito na circunferência.**



Voltemos à Mandala.

Temos sete triângulos cujo um dos vértices coincide com um dos vértices do heptágono. Além disso, cada triângulo tem dois de seus vértices coincidindo com os vértices dos triângulos adjacentes.

Pra finalizar nossa construção, vamos construir o polígono estrelado.

Etapa II – construção do polígono estrelado

• Primeiro, vamos discutir a posição relativa deste polígono em relação ao heptágono:

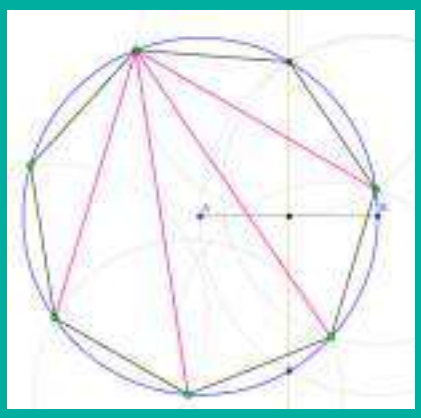
Ambos estão inscritos na circunferência base.

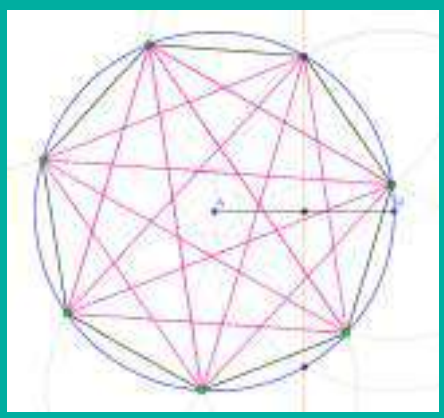
Seus centros coincidem.

Os vértices do polígono coincidem com os vértices do hexágono.

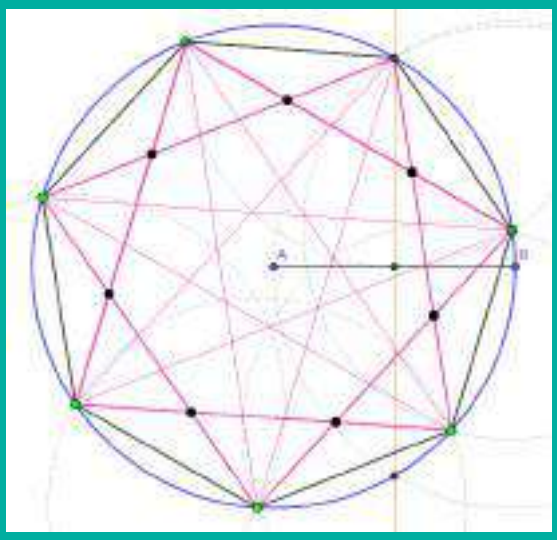
• Seguindo essas observações, vamos iniciar o traçado do polígono

I. Vamos começar traçando os segmentos que formam o heptágono central. Partindo de cada um dos vértices do heptágono até seus vértices opostos trace segmentos. De cada vértice partirá quatro segmentos;



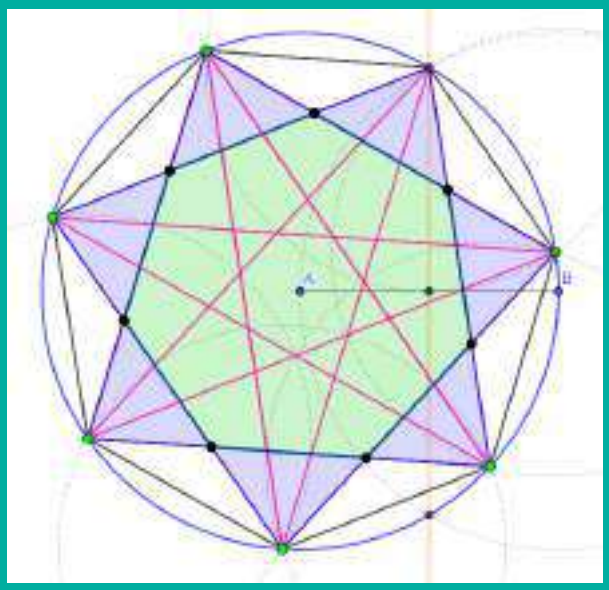


II. Observe que os segmentos se interceptam inúmeras vezes. Vamos definir dois vértices de cada triângulo, para isso, marque os sete pontos de interseção entre os segmentos externos;

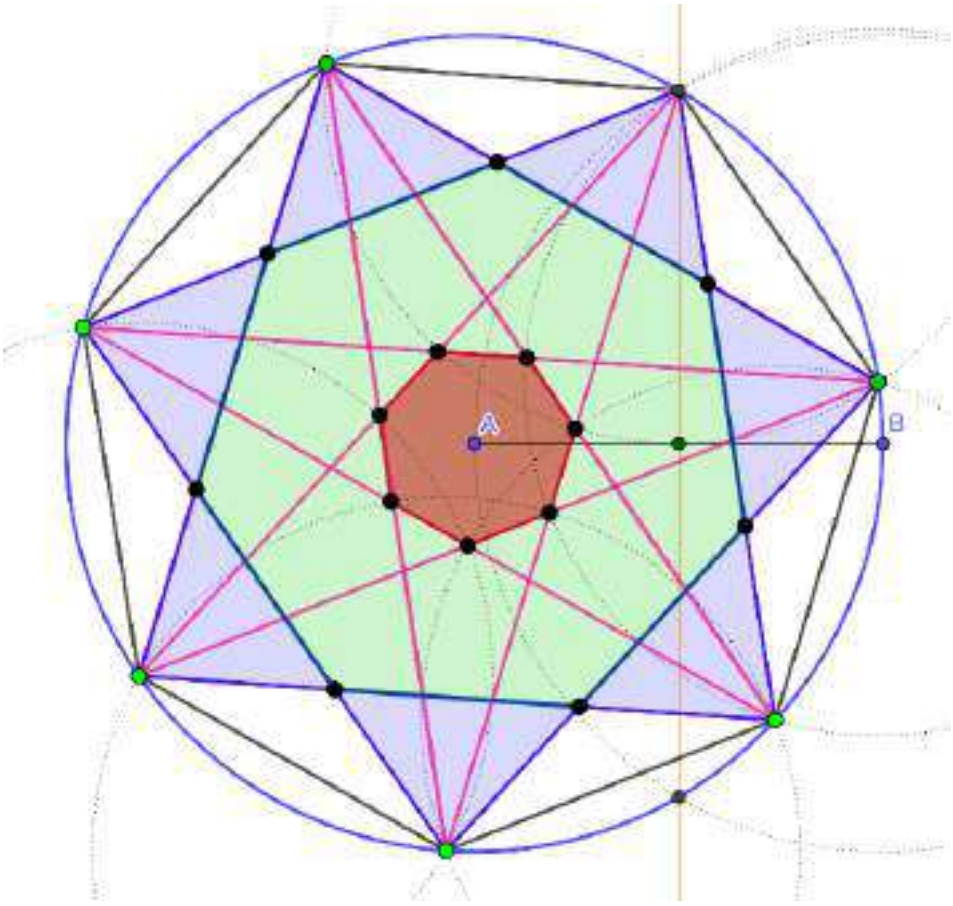


III. Trace segmentos unindo o vértice do heptágono, e dois pontos de interseção entre os segmentos, formando os sete triângulos;

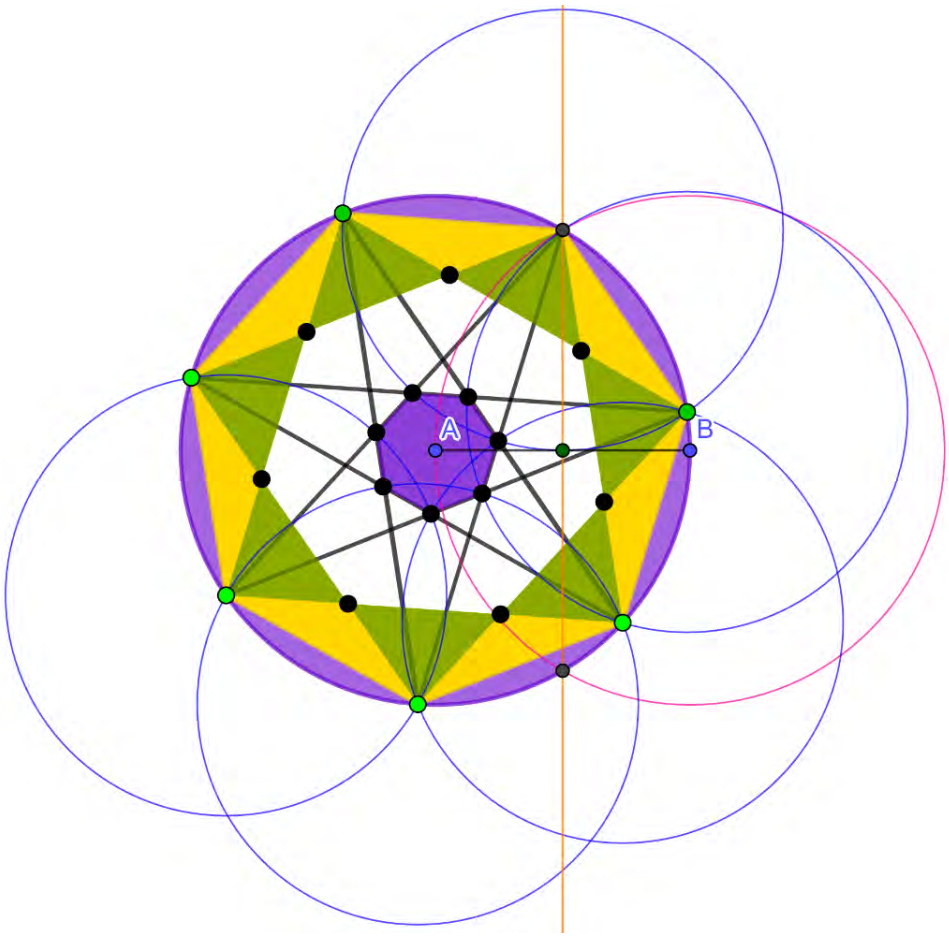
IV. Perceba que para evidenciar o segundo heptágono basta unir os sete pontos de interseção entre os segmentos externos;



V. Observe que os segmentos também se interceptam próximo ao centro da circunferência base. Marque os sete pontos de interseção formando o terceiro heptágono;



Nossa construção está finalizada! Agora vamos mudar as cores, alterar as camadas de construção para sobrepor as figuras e ocultar alguns elementos de construção.



Na construção desta Mandala exploramos...

- Ponto médio, Mediatriz, Bissetriz
- Reta perpendicular
- Triângulos
- Heptágono
- Heptágono inscrito na circunferência
- Polígonos estrelados
- Divisão de uma circunferência em 7 partes

Escaneie e **assista** a construção desta mandala

APOIO AO(A) PROFESSOR(A)

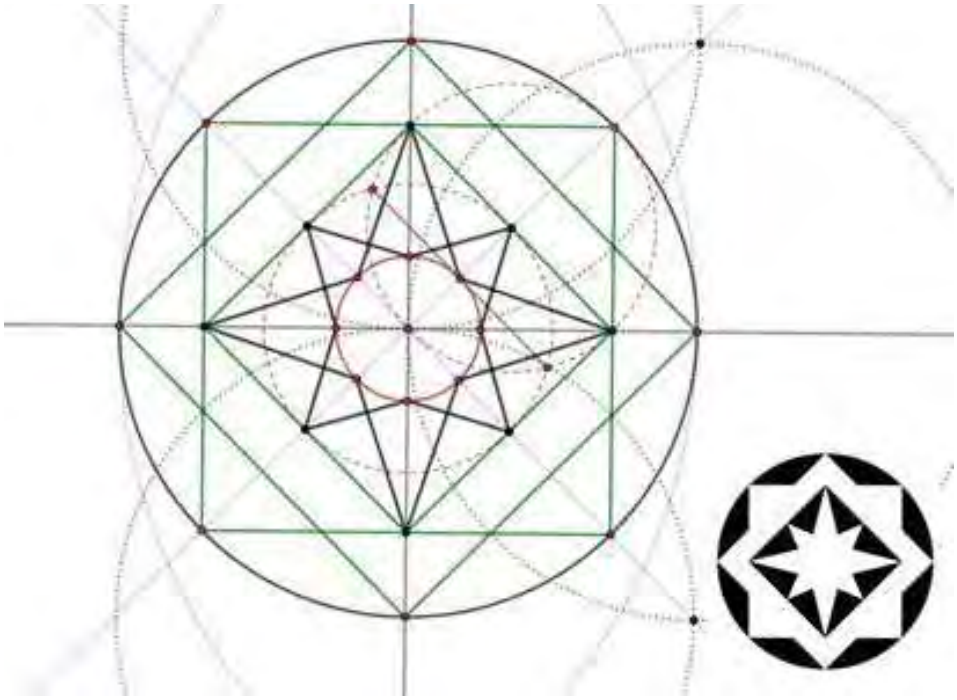
Preparamos esse tópico para auxiliar o professor(a) na construção das Mandalas, assim, disponibilizaremos algumas funcionalidades do GeoGebra e um conjunto de fichas com algumas construções básicas, realizadas no GeoGebra, para servir de apoio caso se faça necessário.

Por fim, preparamos um kit de figuras geométricas que sobrepostas, formam algumas Mandalas. Este kit tem o intuito de auxiliar os alunos na execução da oficina ou poderá ser utilizado por turmas que ainda não têm um conhecimento de construções geométricas de forma mais lúdica.

I. CONSTRUINDO NO GEOGEBRA

Nosso objetivo maior com esse material é explorar a Geometria por meio da resolução de desafios que propõem os desenhos de objetos geométricos considerados complexos – neste caso, as Mandalas – e que, acreditamos, suscitam a necessidade de lançar mão de conhecimentos básicos de Construções Geométricas. Assim, sugerimos que as construções realizadas no GeoGebra sejam feitas através de conhecimentos de Desenho Geométrico. Para isso, algumas ferramentas disponíveis – Retas Perpendiculares, Retas paralelas, Mediatriz, Bissetriz, Ponto Médio – no software devem ser evitadas. Nossa proposta é que as Mandalas sejam construídas no GeoGebra como se fossem feitas com “régua e compasso”.

Vejam abaixo um exemplo de construção no GeoGebra. Não vamos aqui apresentar o passo a passo da construção, vamos mostrar a funcionalidade de algumas ferramentas e o processo de acabamento da Mandala.



Restringindo ferramentas

Como mencionamos anteriormente algumas ferramentas do GeoGebra devem ser evitadas na construção das Mandalas. O software nos permite restringir a barra de ferramentas selecionando as que queremos permitir o uso, para isso vamos clicar em “Menu”, no ícone em “Ferramentas” vamos em “Configurar Barra de Ferramentas”.

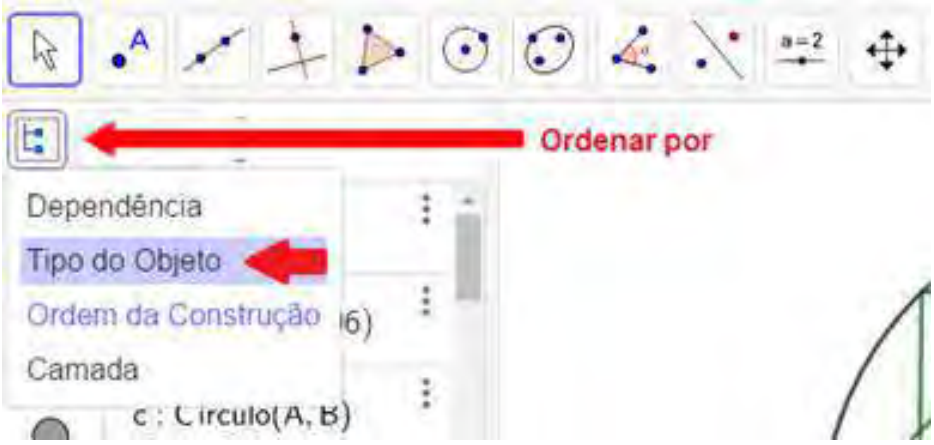
Abrirá uma guia com duas listas.

Na lista “Barra de Ferramentas” aparecerá todas as ferramentas visíveis no GeoGebra. Para ocultar as ferramentas que quisermos restringir vamos arrastá-las até a lista “Ferramentas”. Dessa forma, todas as ferramentas deslocadas ficarão ocultas. Para finalizar clicamos em “Aplicar” e a nova barra de ferramentas estará disponível.

Podemos restaurar a qualquer momento a barra de ferramentas bastando seguir esses passos e clicar em “Restaurar Barra de Ferramentas Padrão”.

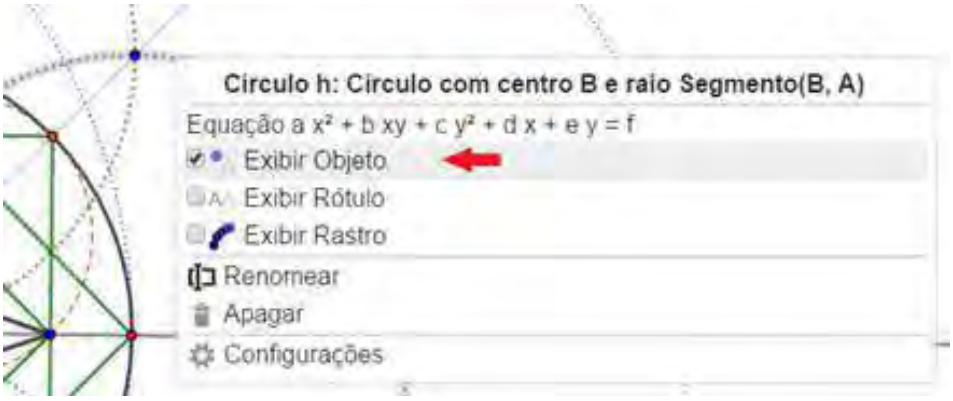
Ordenando as construções

Com a parte geométrica finalizada, vamos ordenar as construções na “Janela de Álgebra”, para isso vamos clicar em “Ordenar por” e clicar em “Tipo do Objeto”. Dessa forma a lista ficará organizada e ficará mais fácil localizar as construções feitas.

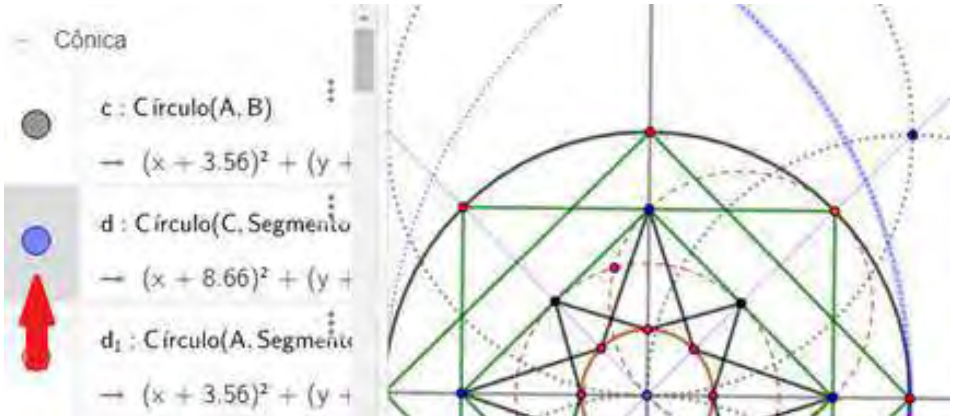


Após organizar a lista vamos ocultar algumas construções para evidenciar a Mandala. Para isso, temos como opções:

1. Clicar com o botão direito do mouse na construção que queremos ocultar e desmarcar a caixa “Exibir Objeto” como mostra a figura abaixo. Repetiremos essa ação em todas as construções que devem ser ocultadas.



2. Outra maneira para ocultar um objeto é selecionar a construção, para evidenciá-la mais fácil, e desmarcar a “bolinha” na parte esquerda da lista de construções que aparece na “Janela de Álgebra”.

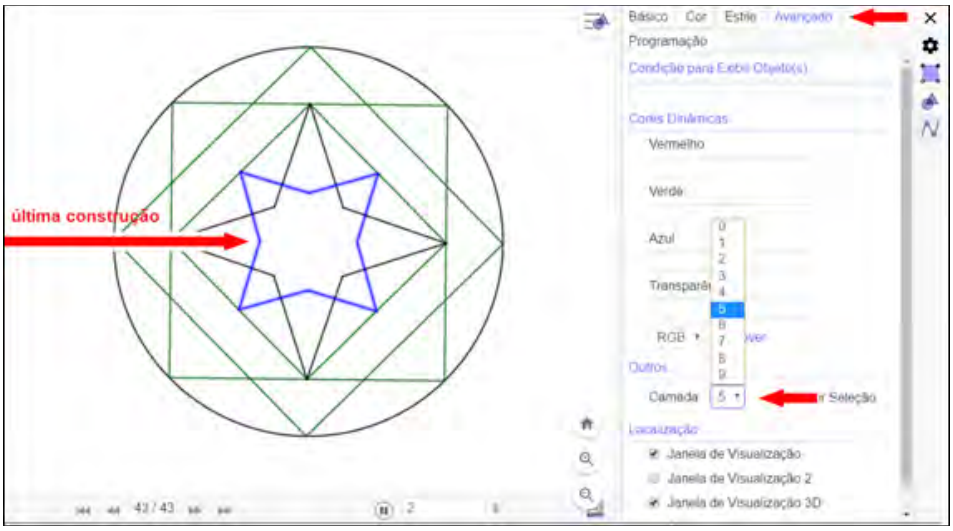


Sobrepondo uma construção a outra

Nesta Mandala específica temos seis construções – uma circunferência, três quadriláteros e dois polígonos estrelados –, para sobrepô-las, devemos considerar a diferença dos planos entre cada uma. Inicialmente os elementos no GeoGebra são desenhados todos na mesma camada e estas variam de 0 a 9. Para sobrepor uma construção à outra devemos mudar a camada de cada elemento por vez, começando pela última construção. Quanto maior for a camada mais evidência terá o elemento.

Para isso vamos clicar, em uma área que não tenho construção, com o botão direito do mouse na "Janela de Visualização" e selecionar a opção "Configurações", uma janela lateral a direita será aberta. Vamos então selecionar a última construção feita e abrir a guia "Avançado". Nessa guia, vamos escolher a "Camada" da construção.

Como dito, nesse exemplo em que estamos trabalhando temos seis construções, então vamos marcar a camada 5 para o último polígono construído. Repetiremos o processo com todas as construções até chegarmos na camada 0. Apenas uma observação, as construções que estiverem em um mesmo plano podem ficar em uma mesma camada.



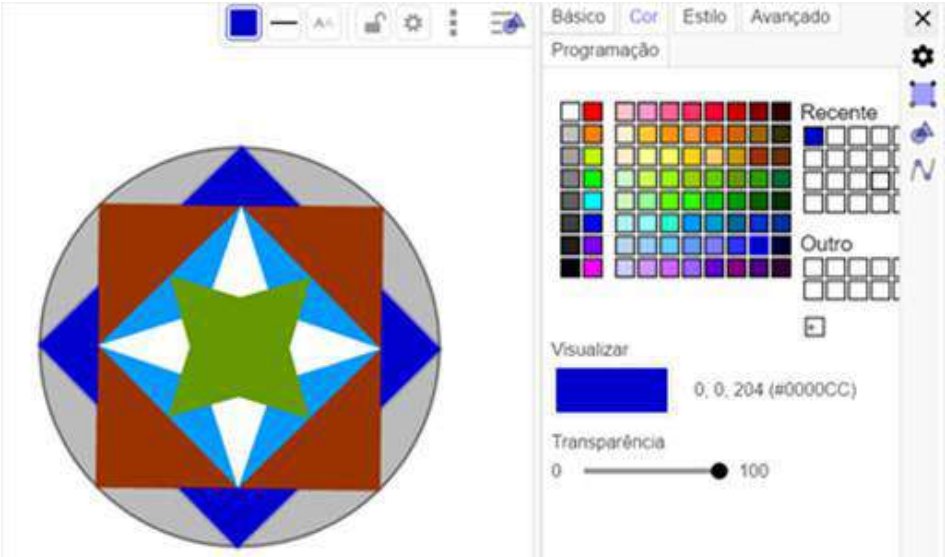
Alterando a cor e transparência das construções

Este processo de alterar a cor e a transparência das construções pode ser feita juntamente com a escolhas das camadas, aqui optamos em fazer depois apenas pela didática.

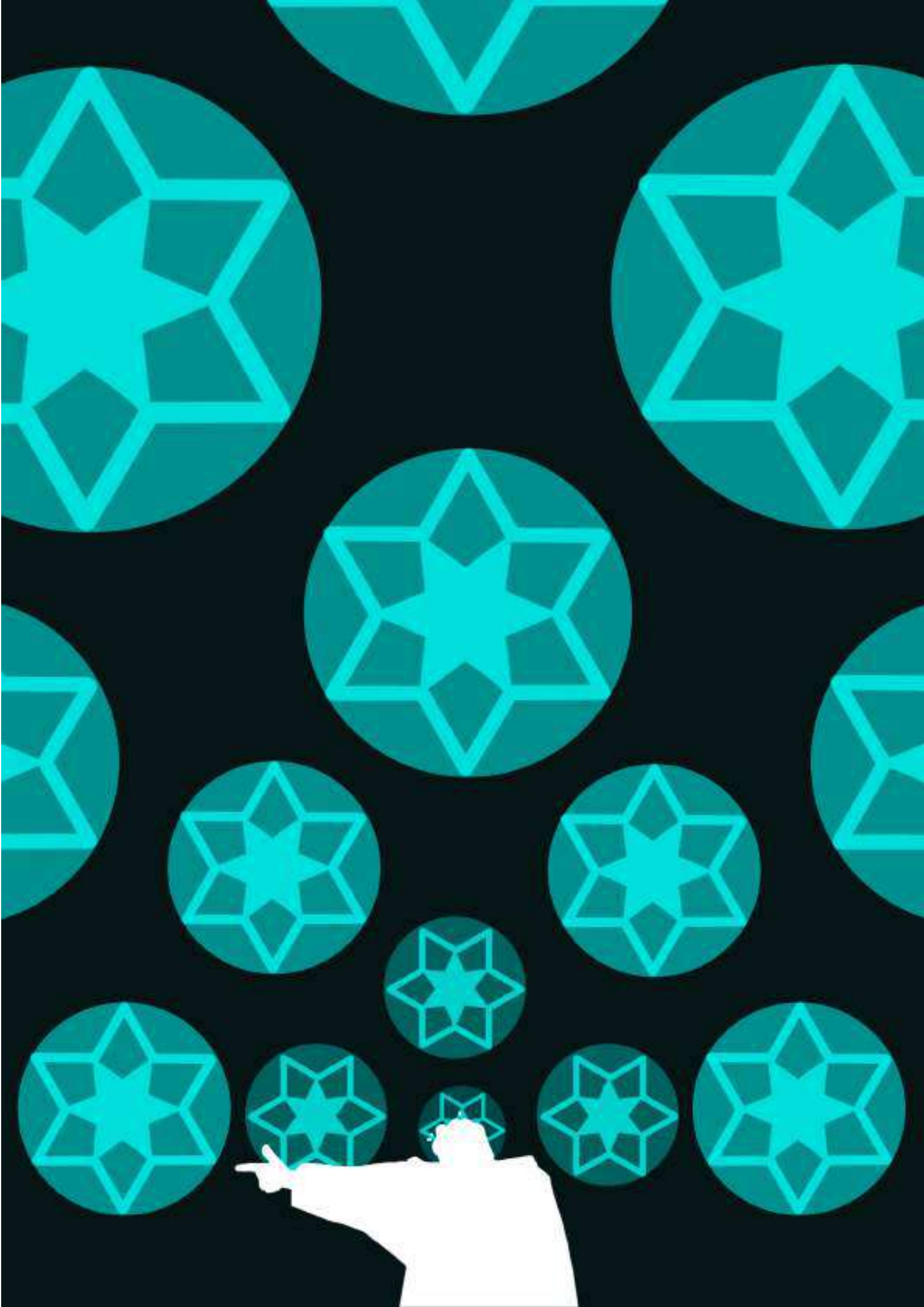
Com as camadas escolhidas, ainda com a barra lateral a direita aberta, vamos selecionar a construção que desejamos alterar a cor e abrir a guia "Cor".

Na guia “Cor” podemos alterar também a transparência do objeto, variando de 0% até 100%. Para obtermos uma cor sólida devemos selecionar transparência 100% em todas as construções. Se o objeto escolhido for branco a cor branca deverá ser escolhida na grade de cores.

Abaixo apresentamos a Mandala colorida, cada camada de uma cor, para visualizarem o plano de cada construção. Apresentamos também nossa Mandala finalizada.



Mandala finalizada no GeoGebra



II. CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS NO GEOGEBRA

As construções geométricas oriundas do Desenho Geométrico são um recurso que podemos lançar mão para o estudo da Geometria. Como já mencionamos, nas construções geométricas são permitidos apenas o uso de régua (sem graduação) e o compasso.

Na construção das Mandalas no GeoGebra a **régua** será substituída pelas ferramentas "Reta" e "Segmento".

O **compasso** substituiremos pelas ferramentas "Círculo dados Centro e um de seus Pontos" e "Compasso".

Outras ferramentas podem ser usadas nas construções por estarmos usando um software de geometria, ressalto que essas ferramentas não interferem na pureza das construções. São elas; "Ponto", "Interseção de dois Objetos" e "Polígono".

Com essas ferramentas, durante as construções, obteremos interseções de retas, de circunferências e de retas com circunferências. Dessas interseções, pontos serão obtidos, e por eles, podemos traçar novas retas e novas circunferências.

Essa sequência nos possibilita construir infinitas Mandalas e também solucionam alguns problemas geométricos, tais como: construção de retas paralelas a uma reta dada, bissetriz de um ângulo, mediatriz e ponto médio de um segmento, a construção de uma reta perpendicular a uma reta dada passando por um ponto dado, entre outras ditas construções geométricas fundamentais ou elementares.

Essas construções fundamentais são bases para a construção das Mandalas, por isso, disponibilizaremos algumas delas dispostas em fichas/cartões que podem/devem ser consultadas sempre que se fizer necessário.

III. KIT COMPONDO SUA MANDALA

Durante nossa pesquisa, sentimos a necessidade de elaborarmos um material que pudesse ser aplicado também em turmas sem um prévio conhecimento em construções geométricas. Surgiu então um kit de montagem de Mandalas.

Decompomos algumas das Mandalas presentes nos Desafios e disponibilizamos um kit com várias peças.

Usando a criatividade é possível montar as Mandalas dos desafios e tantas outras.

AUTORAS

ANGÉLICA RODRIGUES VENTURA

Mestre em Educação Matemática pelo Mestrado Profissional Educação e Docência (PROMESTRE) da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (2022). Especialista em Ensino de Matemática (2017) e Graduada em Licenciatura em Matemática (2015), ambas pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Especialista em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática pela Universidade Federal Fluminense (2019).

E-mail: angelicarv.ufmg@gmail.com

TERESINHA FUMI KAWASAKI

Licenciada em Matemática e Bacharel em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (1990), Master of Arts pelo Departamento de Matemática da Universidade do Texas em Austin (1997). Fez doutorado em Educação pela Universidade Federal de Minas Gerais (2008). Atualmente é professora associada do Departamento de Métodos e Técnicas da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, docente e está coordenadora, gestão 2021-2023, do Mestrado Profissional Educação e Docência (PROMESTRE) da Universidade Federal de Minas Gerais.

REFERÊNCIAS

BEJARANO, L. **Constructions was MUCH better this year!** Crazy math teacher lady. 2015. Disponível em: https://crazymathteacherlady.wordpress.com/2015/09/16/constructions-was-much-better-this-year/. Acesso em 20 mar. 2019.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília. MEC 1997.

_____. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (versão final). 2017.

BOLGHERONI, W.; SILVEIRA, I. F. **Software Livre Aplicado ao Ensino de Geometria e Desenho Geométrico**. In: Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, 12 a 18 de julho, Belém do Pará, 2008.

FIORAVANTI, Celina. **Mandalas**: como usar a energia dos desenhos sagrados. São Paulo: Pensamento, 2003.

GIONGO, Affonso Rocha. **Curso de desenho geométrico**. São Paulo: Nobel, 1984.

MARMO, N.; MARMO. C. **Desenho Geométrico**. Rio de Janeiro: Editora Scipione, 1994.

LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

_____. **Para aprender matemática**. 3ª ed. São Paulo: Autores Associados, 2010.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

PUTNOKI, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. 4. ed. São Paulo: Scipione,1993. v. 1.

RAYMUNDO, M. F. S. M. **Construção de conceitos geométricos**: investigando a importância do ensino de desenho geométrico, nos anos finais do Ensino Fundamental. 2010, 120f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Severino Sombra, Vassouras.

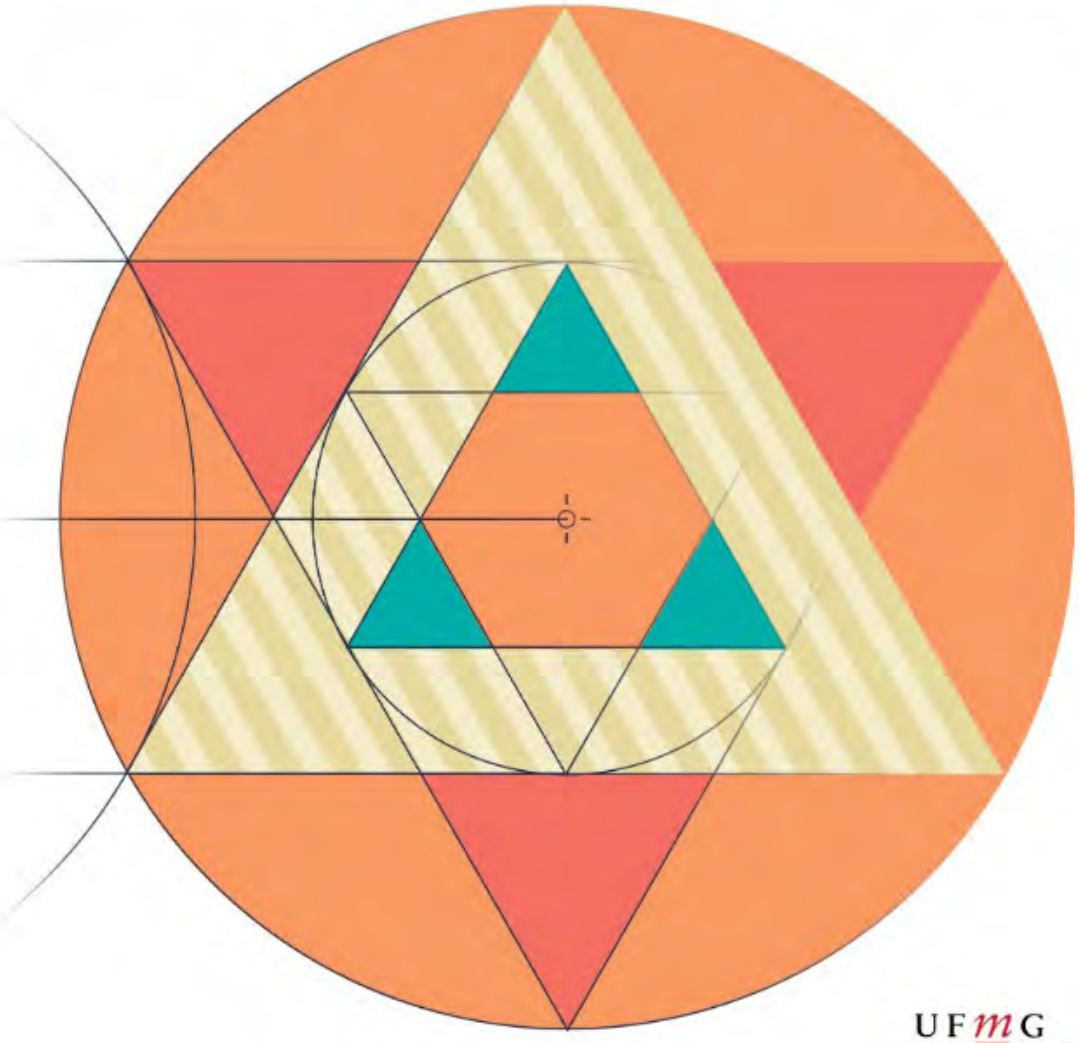
WAGNER, Eduardo. **Uma introdução às construções geométricas**. Rio de Janeiro: PIC, 2009.

MATERIAL DE APOIO PARA IMPRESSÃO

GEO DALAS

DESAFIOS GEOMÉTRICOS MANDALAS COM RÉGUA COMPASSO E GEOGEBRA

Por Angélica R. Ventura



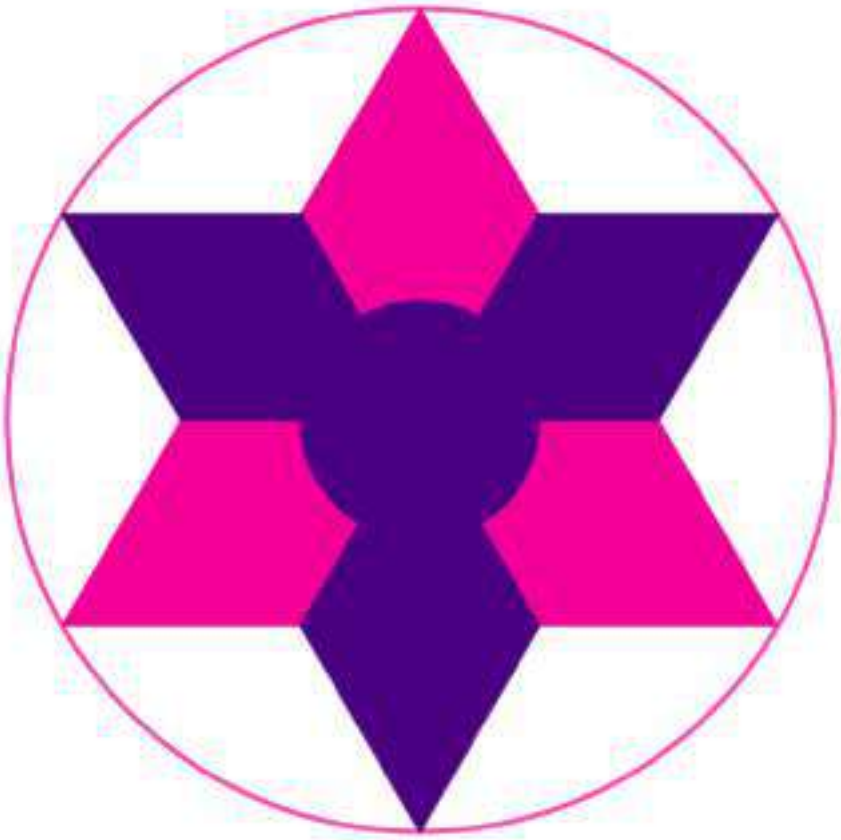
CC BY SA

UFMG
PROMESTRE
MESTRADO PROFISSIONAL EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA

DESAFIOS GEOMÉTRICOS
FOLHAS DE ATIVIDADES

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



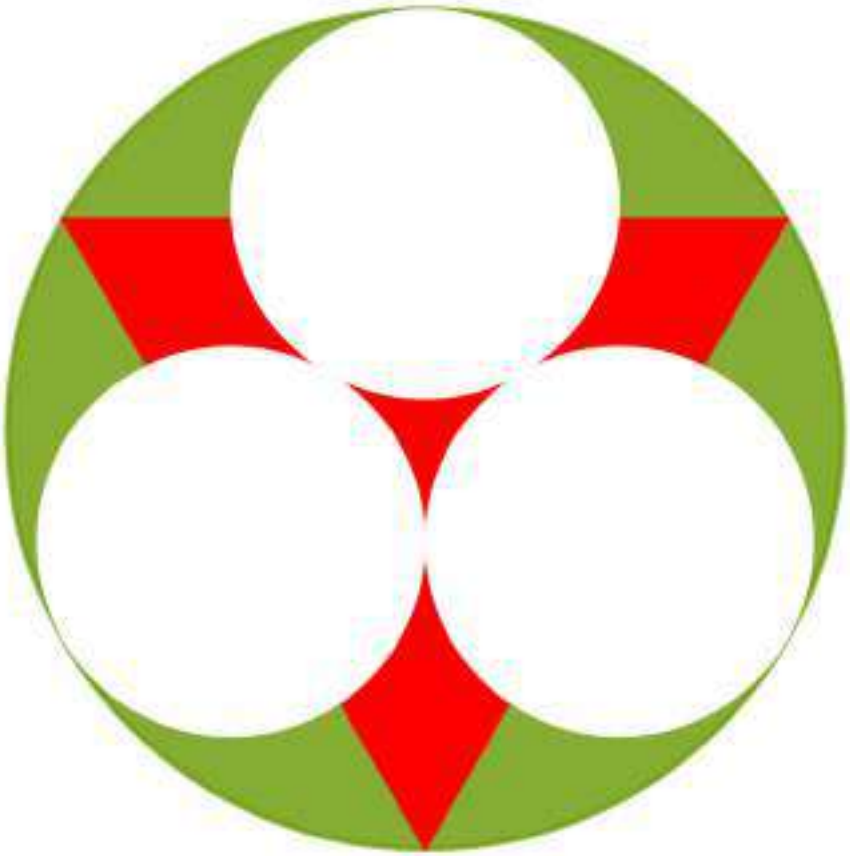
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO

1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO

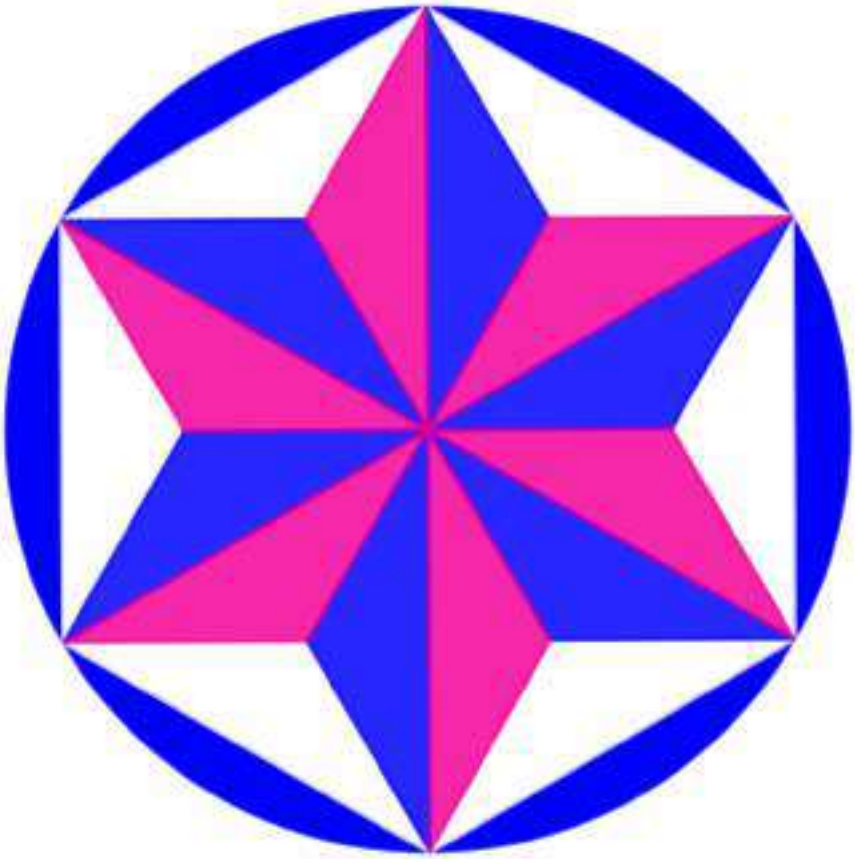
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



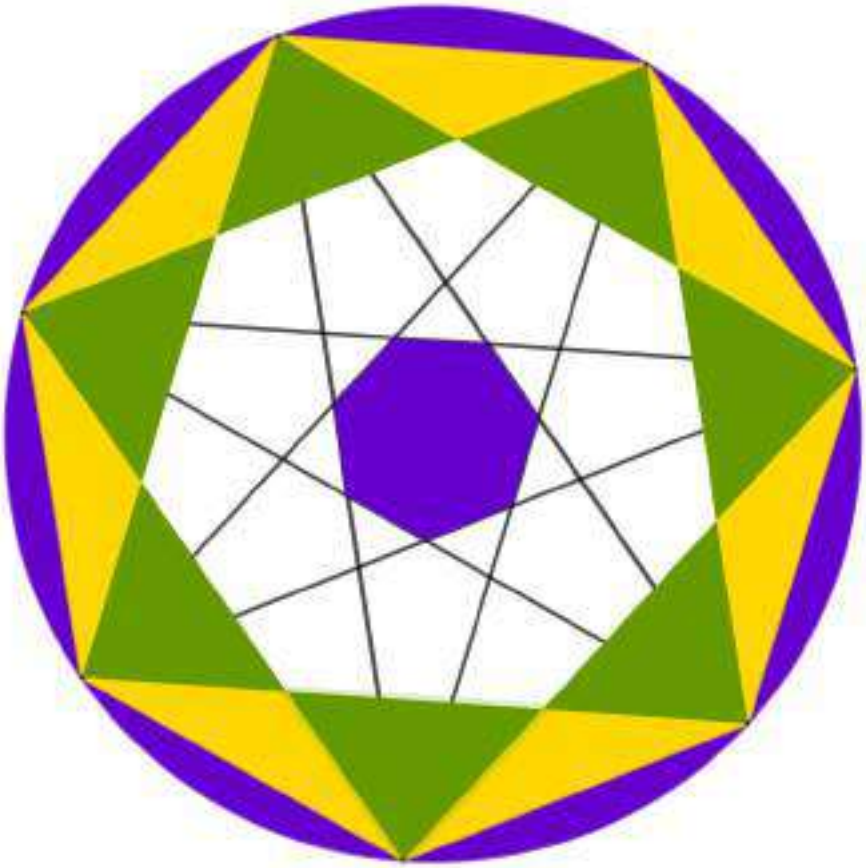
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



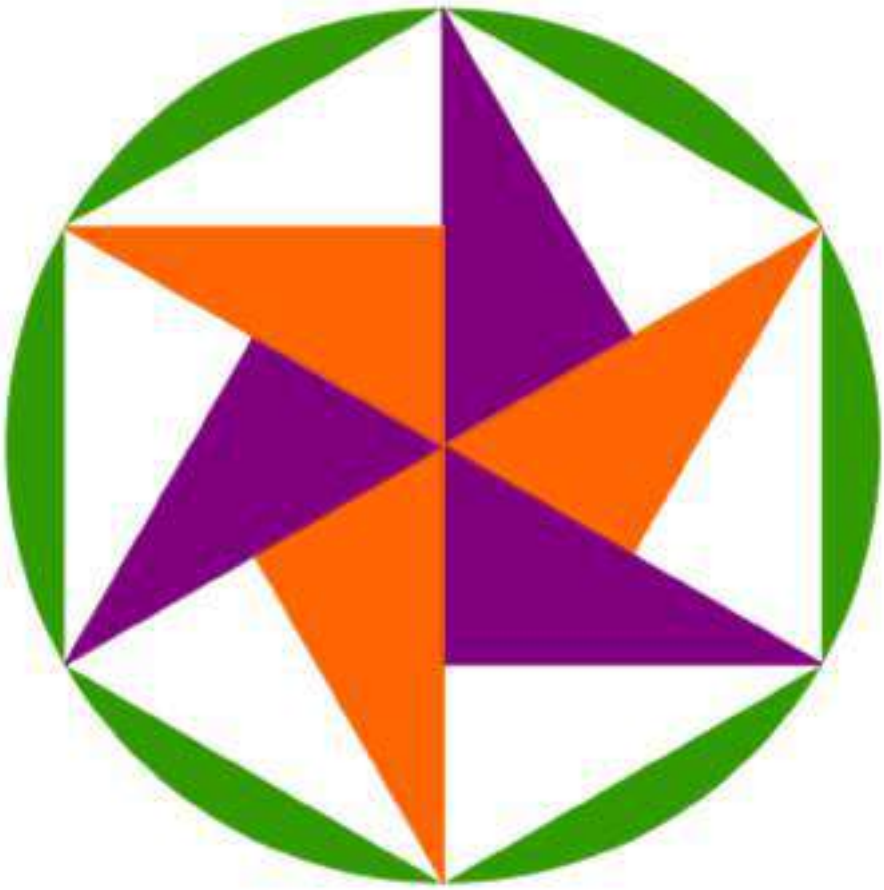
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



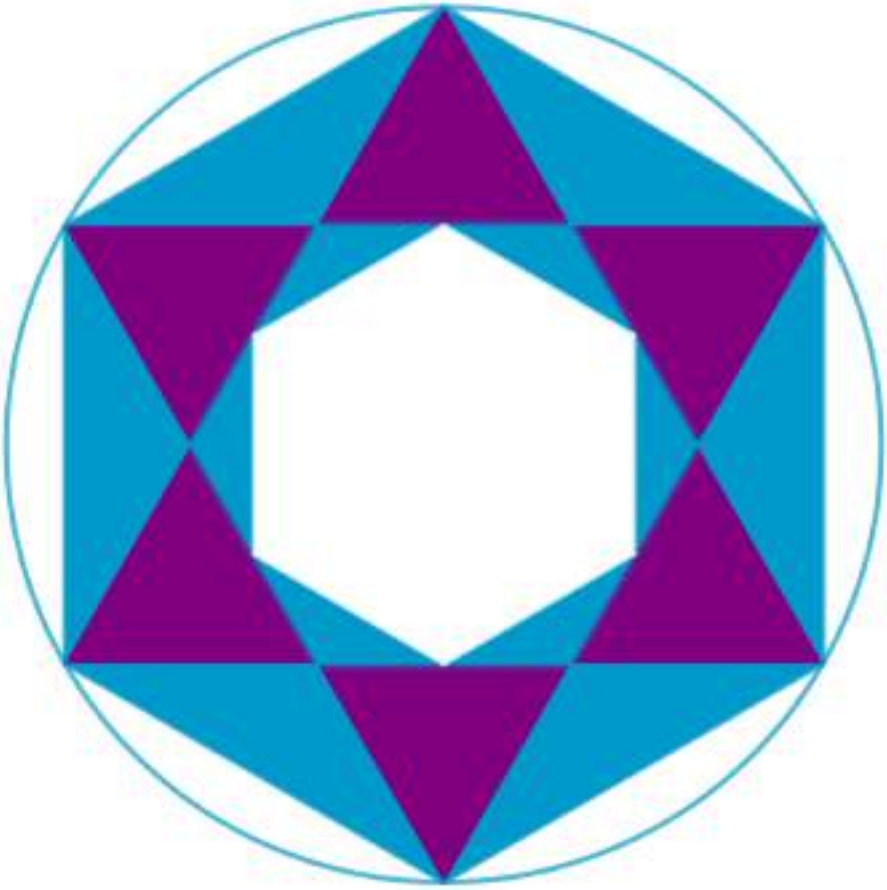
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



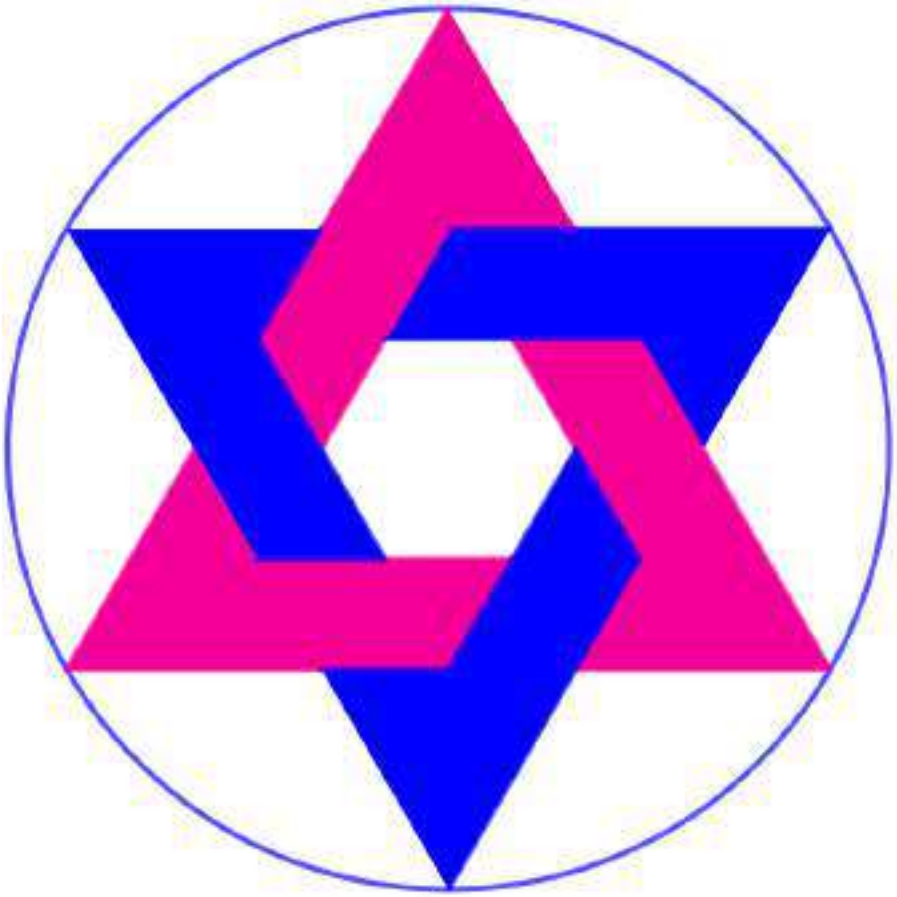
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



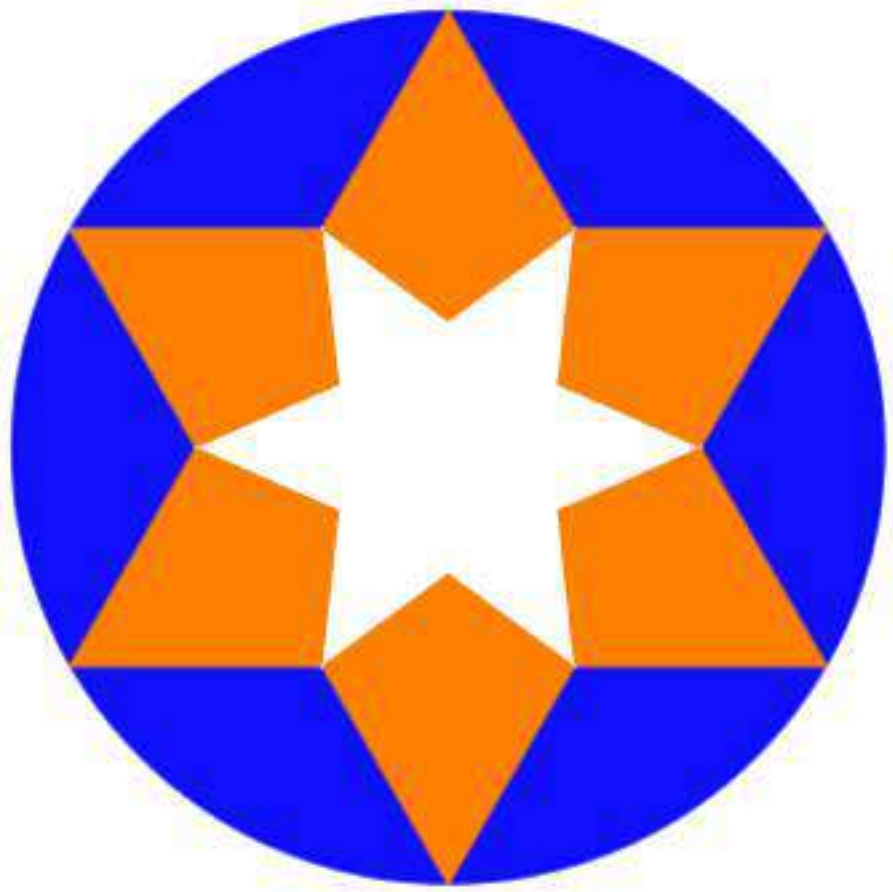
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

DESAFIO GEOMÉTRICO



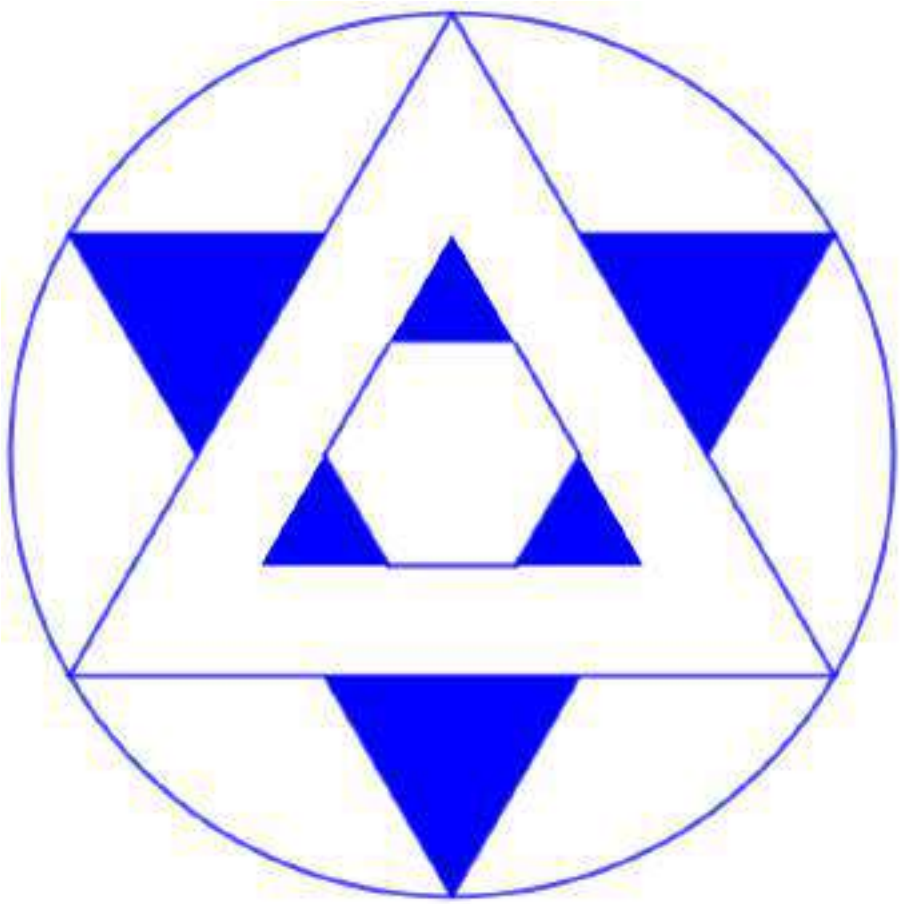
1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

OFICINA GEODALAS

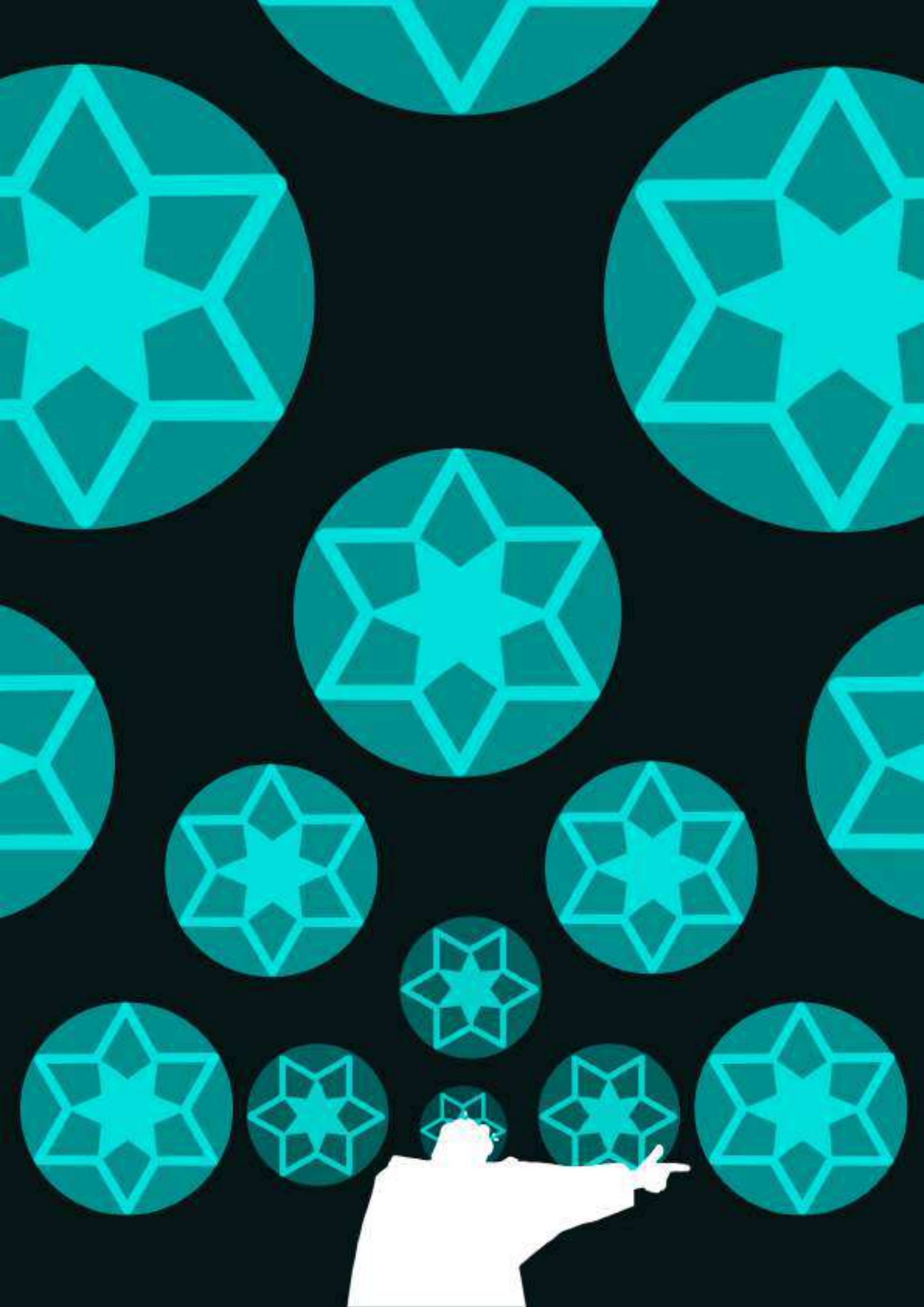
DESAFIO GEOMÉTRICO



1) Que figuras geométricas vocês identificam ao observar a composição desta Mandala?

2) Qual é a posição relativa de cada figura em relação à circunferência base ou às outras figuras que compõem a Mandala?

3) Faça você mesma a composição da Mandala.

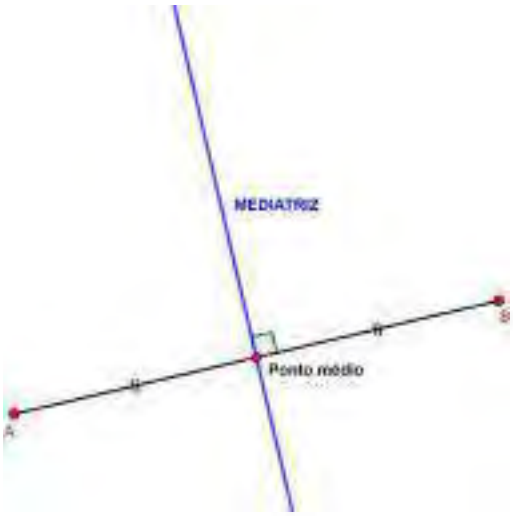


COSNTRUÇÕES GEOMÉTRICAS FUNDAMENTAIS NO GEOGEBRA

CARTÕES

Escaneie e **assista a construçao!**

Reta Mediatriz



Chamamos de **mediatriz** do segmento $\overline{AB}$ a reta perpendicular a $\overline{AB}$ que passa pelo seu ponto médio. Ou seja, Mediatriz é o lugar geométrico de todos os pontos que equidistam das extremidades de um segmento.

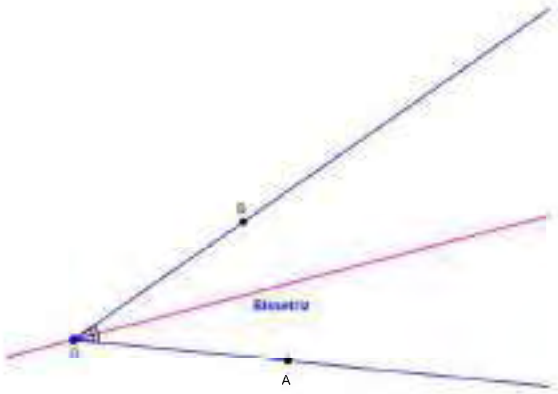
GEODALAS

Dado um segmento de reta AB, determine sua mediatriz e o seu ponto médio utilizando régua e compasso

1. Defina como raio a medida do segmento AB. Trace duas circunferências ( ) com centros em A e B.
2. Marque os pontos de interseção ( ) entre as circunferências.
3. Esses pontos definem uma reta, trace a reta ( ).
4. A reta traçada é a reta pedida, ou seja, ela é a **mediatriz do segmento AB**.
5. Marque o ponto de interseção ( ) entre a reta traçada e o segmento AB.
6. O ponto marcado é o **ponto médio do segmento AB**.

Escaneie e **assista a construçao!**

Bissetriz de um ângulo



Chamamos de bissetriz do ângulo AÔB a semirreta OC tal que $A\hat{O}C \equiv B\hat{O}C$, ou seja, a bissetriz "divide" o ângulo em dois ângulos com mesma medida. Assim, Bissetriz é o lugar geométrico de todos os pontos que equidistam destas semirretas.

GEODALAS

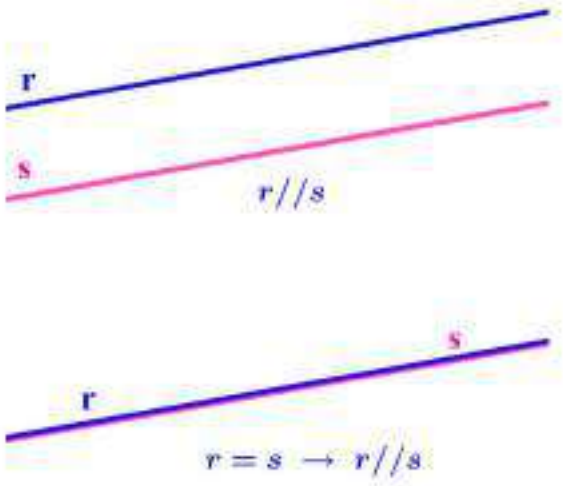
Dadas as semirretas AO e OB de mesma origem, trace a reta bissetriz do ângulo AÔB utilizando régua e compasso

1. Trace uma circunferência (⊙) com centro em O, cortando/interceptando as duas semir retas. Marque esses pontos de interseção (✕) com as semirretas.
2. Defina como raio a distância entre esses dois pontos de interseção e trace uma circunferência (⊙) com centro em um dos pontos de interseção.
3. Com a mesma medida de raio trace outra circunferência (⊙) com centro no outro ponto de interseção.
4. Marque os pontos de interseção (✕) entre as duas circunferências.
5. Esses pontos definem uma reta. Trace a reta (↗) passando pelos pontos.
6. A reta traçada é a reta pedida, ou seja, ela **é bissetriz ao ângulo AÔB.**

Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

Escaneie e **assista a construçao!**

Retas paralelas



Duas retas, r e s, são paralelas (r ∥ s) se, e somente se, são coincidentes (iguais) ou coplanares e não têm nenhum ponto comum.

GEODALAS

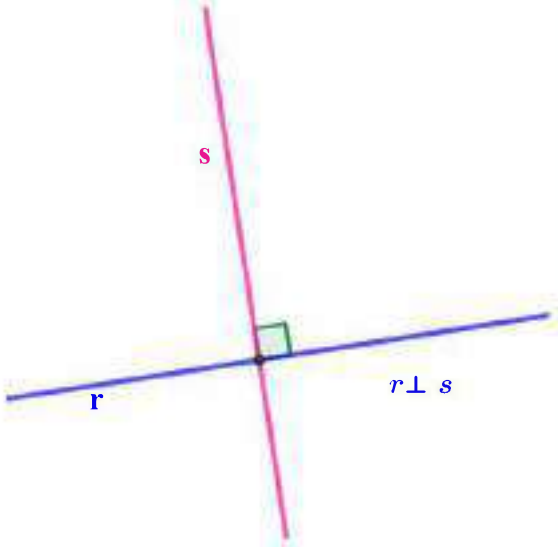
Dados uma reta r e um ponto P, exterior à r, trace uma reta paralela à r que passe por P utilizando régua e compasso

1. Trace uma circunferência ( ) com centro em *P*, cortando/interceptando a reta r em dois pontos. Marque esses pontos de interseção ( ) com a reta *r*.
2. Defina como raio a distância entre o ponto P e um dos pontos de interseção e com centro neste ponto trace outra circunferência ( ).
3. Marque os dois pontos de interseção ( ) entre a essa circunferência e a reta *r*.
4. Com mesma medida de raio trace uma terceira circunferência com centro em um dos pontos de interseção anterior.
5. Marque o ponto de interseção ( ) entre esta terceira circunferência com a primeira circunferência.
6. Trace uma reta ( ) passando por este ponto de interseção e por P. Esses pontos de finem uma reta.
7. A reta traçada é a reta pedida, ou seja, ela é **paralela à reta *r* e contém o ponto *P***.

Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

Escaneie e **assista a construçao!**

Retas perpendiculares



Duas retas, r e s, são perpendiculares ($r \perp s$) se, e somente se, são concorrentes e formam ângulos adjacentes suplementares congruentes (ângulo reto).

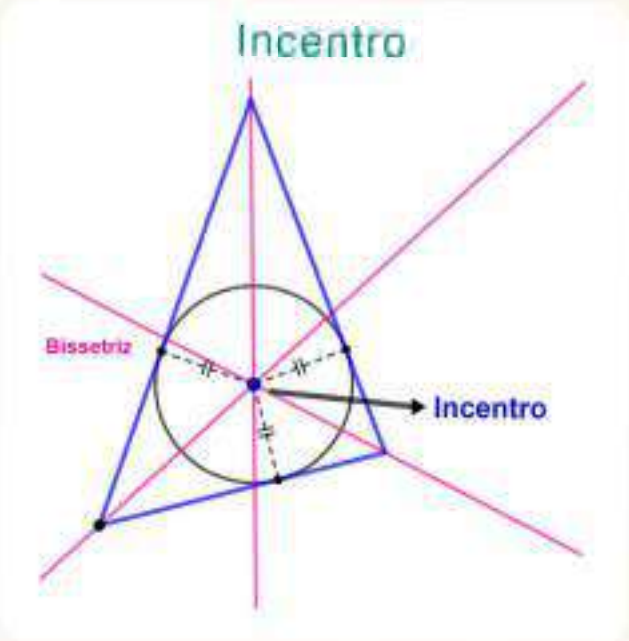
GEODALAS

Dados uma reta r e um ponto P, exterior à r, trace uma reta perpendicular à r que passe por P utilizando régua e compasso

1. Trace uma circunferência ( ) com centro em *P*, cortando/interceptando a reta r em dois pontos. Marque esses pontos de interseção ( ) com a reta r.
2. Defina como raio a distância entre esses dois pontos e trace duas circunferências ( ) com centro em cada um dos pontos de interseção.
3. Marque os pontos de interseção entre as duas circunferências ( ).
4. Esses pontos definem uma reta, trace a reta ( ).
5. A reta traçada é a reta pedida, ou seja, ela é **perpendicular à r e contém o ponto P**.

Escaneie e assista a construção!

Pontos notáveis do triângulo



GEODALAS

Incentro

Chamamos de incentro o ponto de interseção das três bissetrizes internas do triângulo.

O incentro é também o centro de uma circunferência inscrita no triângulo, ou seja, Incentro é o lugar geométrico dos pontos interiores que equidistam dos seus lados.

Escaneie e assista a construção!

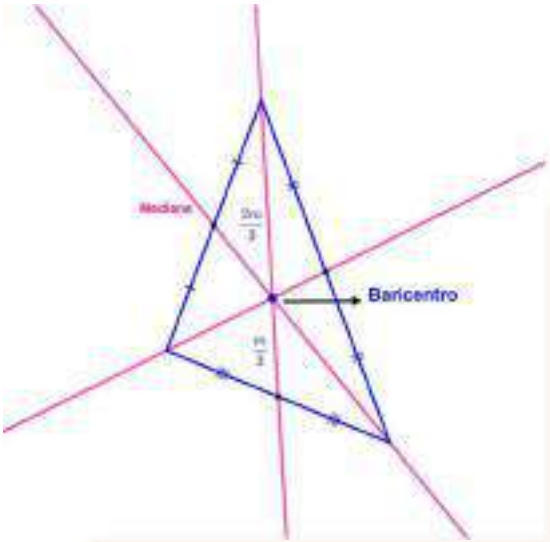
Pontos notáveis do triângulo

GEODALAS

Baricentro

Chamamos de Baricentro o ponto de interseção das três Medianas de um triângulo.

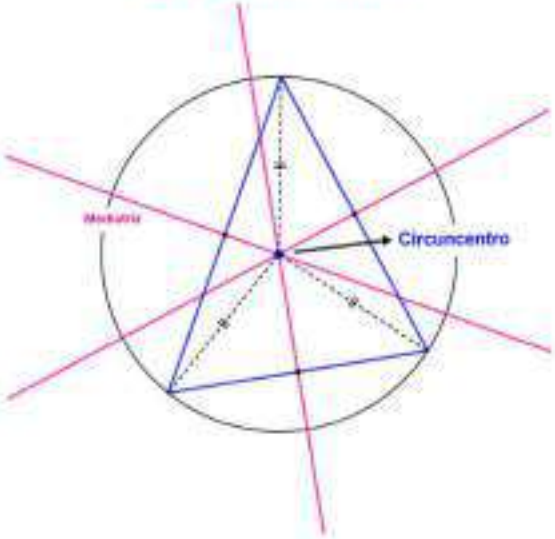
Este ponto tem como propriedade dividir a Mediana na razão de dois pra um, ou seja, a distância do vértice ao Baricentro é duas vezes o comprimento que vai do Baricentro ao ponto médio do lado oposto ao vértice.



Escaneie e assista a construção!

Pontos notáveis do triângulo

Circuncentro



GEODALAS

Circuncentro

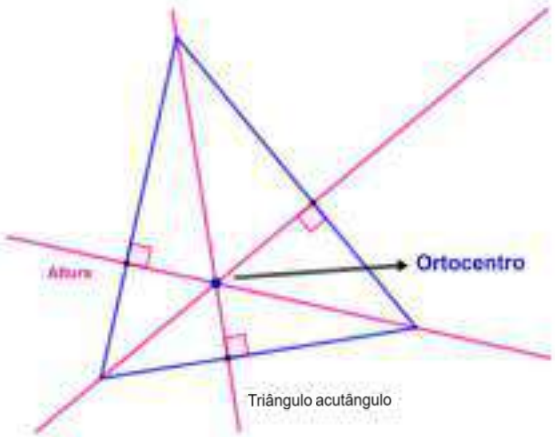
Chamamos de Circuncentro o ponto de interseção das três Mediatrizes de um triângulo.

O Circuncentro é também o centro de uma circunferência circunscrita ao triângulo com raio igual a distância do Circuncentro a um dos vértices.

Escaneie e assista a construção!

Pontos notáveis do triângulo

Ortocentro

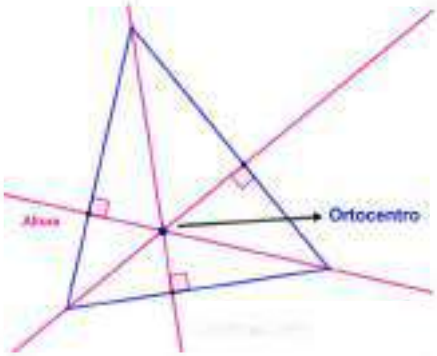


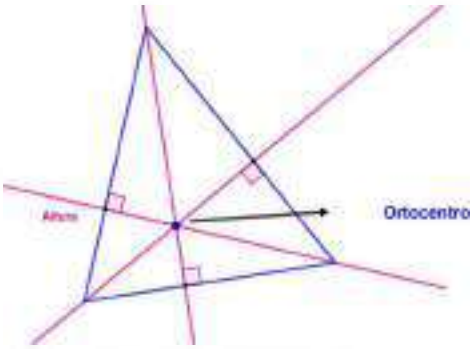
GEODALAS

Ortocentro

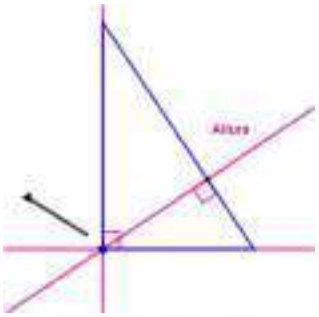
Chamamos de Ortocentro o ponto de interseção das três Alturas de um triângulo.

O Ortocentro é interno ao triângulo se ele for acutângulo, coincide com o vértice do ângulo reto se for retângulo e externo ao triângulo se ele for obtusângulo.

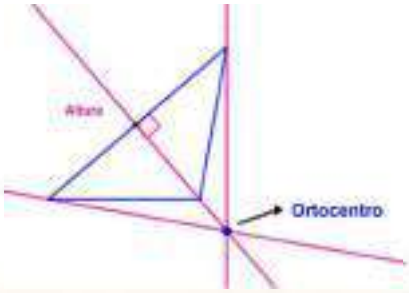




Triângulo acutângulo



Triângulo reto



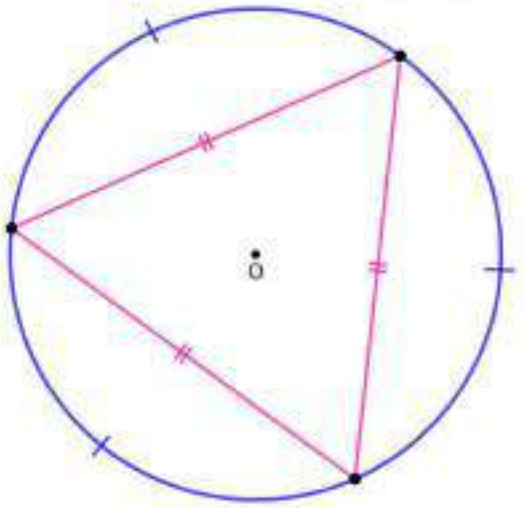
Triângulo obtusângulo

Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

Dividindo uma circuferência em partes congruentes

Escaneie e assista a construção!

Divisão em 3 partes



GEODALAS

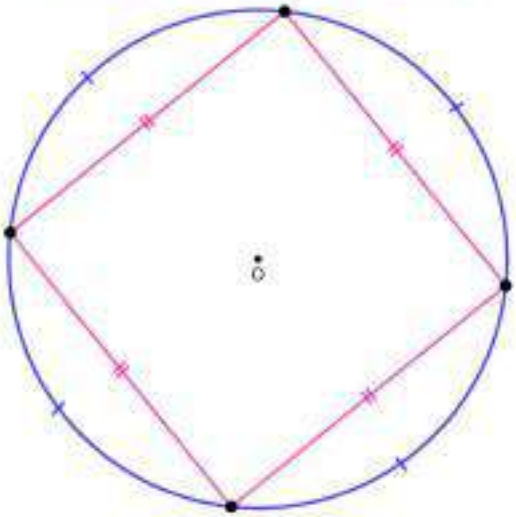
Dividindo uma circunferência, com centro em O, em 3 partes congruentes utilizando régua e compasso

1. Trace uma reta ( ) passando pelo centro **O** cortando/interceptando a circunferência em dois pontos.
2. Marque os pontos de interseção ( ) entre a circunferência e a reta. Temos o diâmetro da circunferência.
3. Com o mesmo raio da circunferência inicial trace outra circunferência ( ) com centro em uma das extremidades do diâmetro.
4. Marque os pontos de interseção entre as duas circunferências ( ).
5. Esses dois pontos e o ponto extremo do diâmetro dividem a circunferência em três partes congruentes.
6. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **TRIÂNGULO EQUILÁTREO** inscrito na circunferência.

Dividindo uma circuferência em partes congruentes

Escaneie e assista a construção!

Divisão em 4 partes



GEODALAS

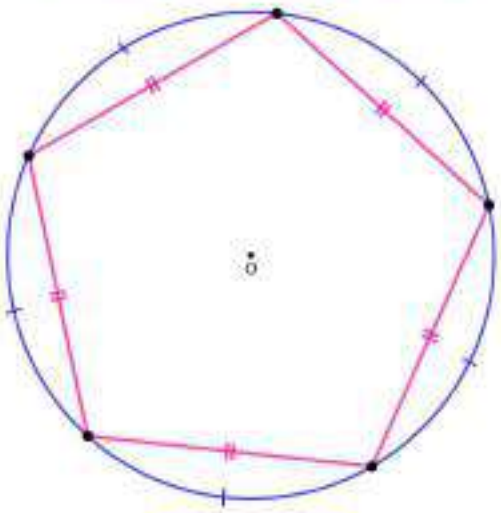
Dividindo uma circunferência, com centro em O, em 4 partes congruentes utilizando régua e compasso

1. Trace uma reta (⟋) passando pelo centro **O** cortando/interceptando a circunferência em dois pontos.
2. Marque os pontos de interseção (×) entre a circunferência e a reta. Temos o diâmetro da circunferência.
3. Trace a mediatriz referente ao diâmetro.
4. Marque os pontos de interseção (×) entre a circunferência inicial e a mediatriz.
5. Esses quatro pontos dividem a circunferência em quatro partes congruentes.
6. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **QUADRADO** inscrito na circunferência.

Dividindo uma circuferência em partes congruentes

Escaneie e assista a construção!

Divisão em 5 partes



GEODALAS

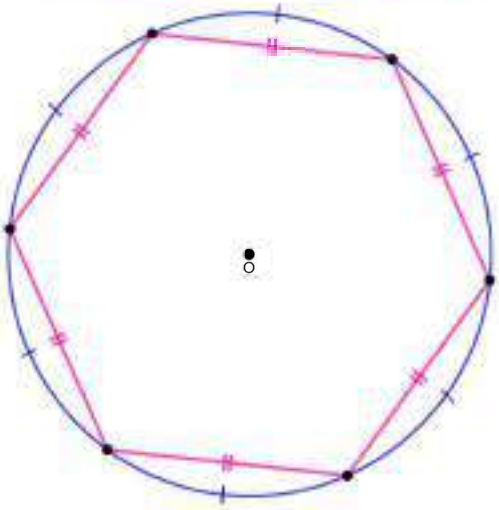
Dividindo uma circunferência, com centro em O, em 5 partes congruentes utilizando régua e compasso

1. Trace uma reta (r) passando pelo centro **O** cortando/interceptando a circunferência em dois pontos. Marque os pontos de interseção (x). Temos o diâmetro da circunferência.
2. Trace a mediatriz referente ao diâmetro e marque seus pontos de interseção com a circunferência. Determine o ponto médio e a mediatriz referente ao raio.
3. Defina como raio a distância entre um dos pontos de interseção marcados na mediatriz referente ao diâmetro e o ponto médio referente ao raio da circunferência.
4. Defina o ponto médio como centro e trace (c) uma circunferência cortando/interceptando o diâmetro da circunferência inicial em um ponto. Marque esse ponto de interseção.
5. Defina como raio a distância deste ponto ao ponto de interseção marcado na mediatriz do diâmetro, defina este ponto como centro e trace outra circunferência.
6. Marque os pontos de interseção com a circunferência. Defina um desses pontos como centro. Repita o processo e trace mais duas circunferências.
7. Estes quatro últimos pontos marcados e o ponto de interseção na mediatriz do diâmetro dividem a circunferência em 5 partes congruentes.
8. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **PENTÁGONO** inscrito na circunferência.

Dividindo uma circuferência em partes congruentes

Escaneie e assista a construção!

Divisão em 6 partes



GEODALAS

Dividindo uma circunferência, com centro em O, em 6 partes congruentes utilizando régua e compasso

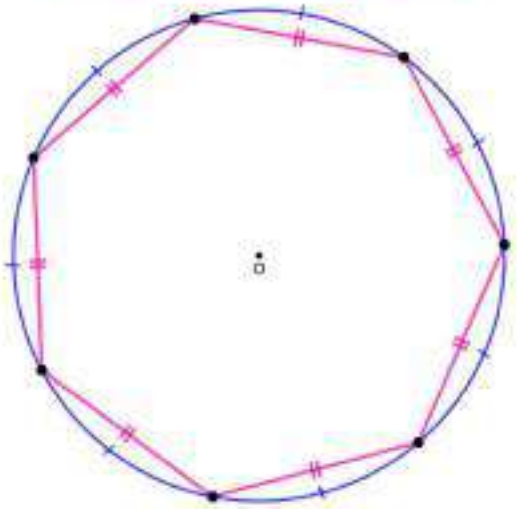
1. Trace uma reta ( ) passando pelo centro **O** cortando/interceptando a circunferência em dois pontos.
2. Marque os pontos de interseção ( ) entre a circunferência e a reta. Temos o diâmetro da circunferência.
3. Com o mesmo raio da circunferência inicial trace uma circunferência ( ) com centro em uma das extremidades do diâmetro.
4. Mantendo a mesma medida de raio trace outra circunferência com centro na outra extremidade do diâmetro.
5. Marque os pontos de interseção entre essas duas circunferências ( ) e a circunferência inicial.
6. Esses quatro pontos e os pontos extremos do diâmetro dividem a circunferência em seis partes congruentes.
7. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **HEXÁGONO** inscrito na circunferência.

Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

Dividindo uma circuferência em partes congruentes

Escaneie e assista a construção!

Divisão em 7 partes



GEODALAS

Dividindo uma circunferência, com centro em O, em 7 partes congruentes utilizando régua e compasso

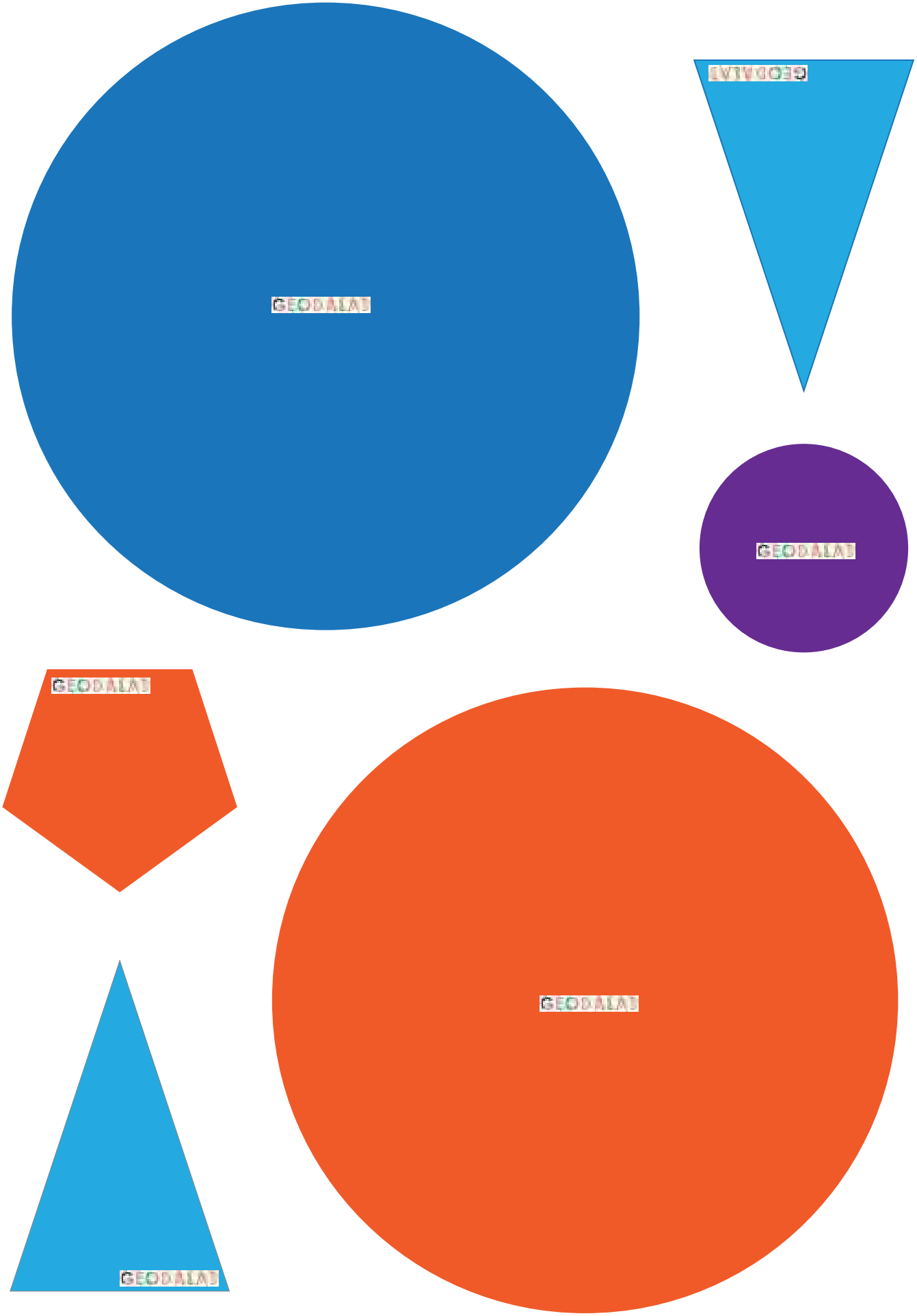
1. Trace uma reta passando pelo centro **O** cortando/interceptando a circunferência em dois pontos. Marque os pontos de interseção. Temos o diâmetro da circunferência.
2. Determine o ponto médio e a mediatriz referente ao raio. Marque o ponto de interseção entre a mediatriz e a circunferência inicial.
3. Defina como raio a distância entre este ponto de interseção e o ponto médio referente ao raio. Trace uma circunferência com centro no ponto de interseção marcado na mediatriz.
4. Marque os pontos de interseção dessa circunferência com a circunferência inicial.
5. Defina um desses pontos como centro e trace outra circunferência de mesmo raio.
6. Marque a interseção. Repita o processo e trace mais quatro circunferências.
7. Estes seis últimos pontos marcados e o ponto de interseção na mediatriz do raio dividem a circunferência em 7 partes.
8. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **HEPTÁGONO** inscrito na circunferência.

Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

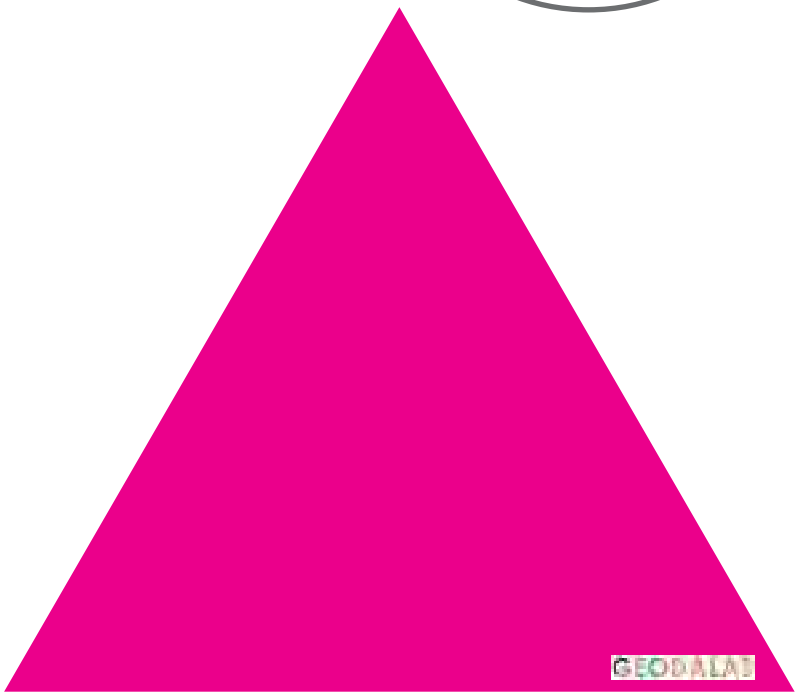
Dividindo uma circunferência, com centro em O, em 8 partes congruentes utilizando régua e compasso

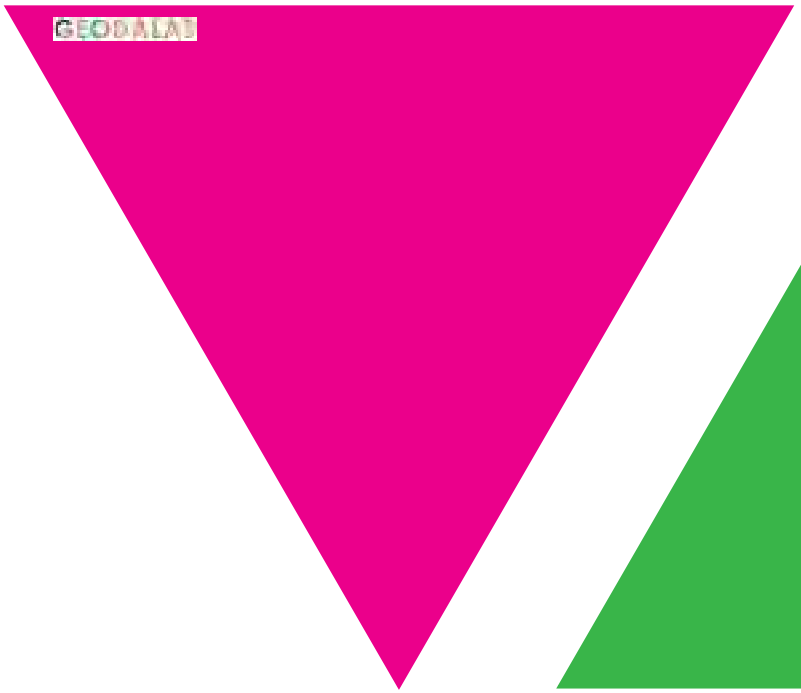
1. Trace uma reta ( ) passando pelo centro **O** cortando/interceptando a circunferência em dois pontos.
2. Marque os pontos de interseção ( ) entre a circunferência e a reta. Temos o diâmetro da circunferência.
3. Trace a mediatriz referente ao diâmetro.
4. Marque os pontos de interseção ( ) entre a circunferência inicial e a mediatriz.
5. Trace as bissetrizes do ângulo formado pela mediatriz e o diâmetro da circunferência.
6. Marque os pontos de interseção ( ) entre a circunferência inicial e as bissetrizes.
7. Esses oito pontos dividem a circunferência em oito partes congruentes.
8. Da união desses pontos sobre a circunferência temos o **OCTÓGONO** inscrito na circunferência.

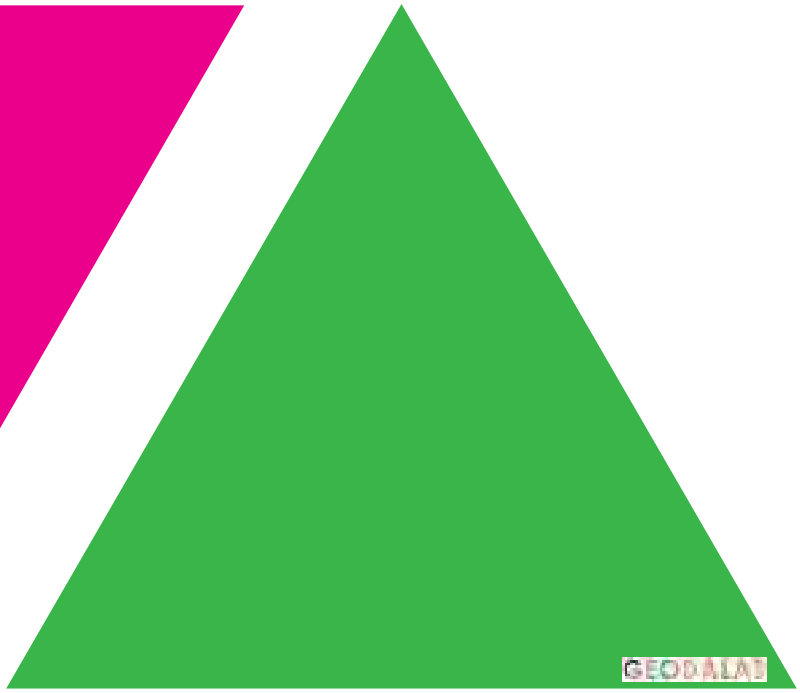
KIT COMPONDO SUA MANDALA
PEÇAS



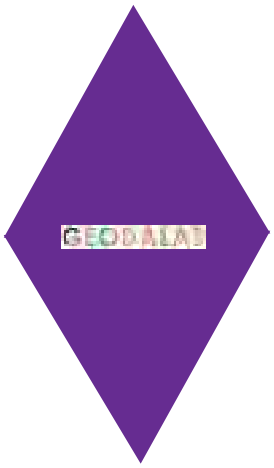
Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

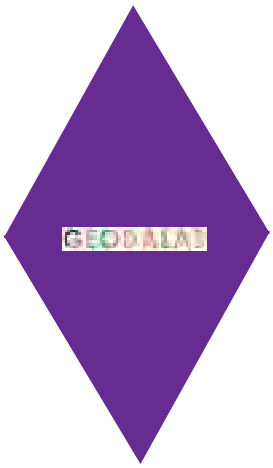


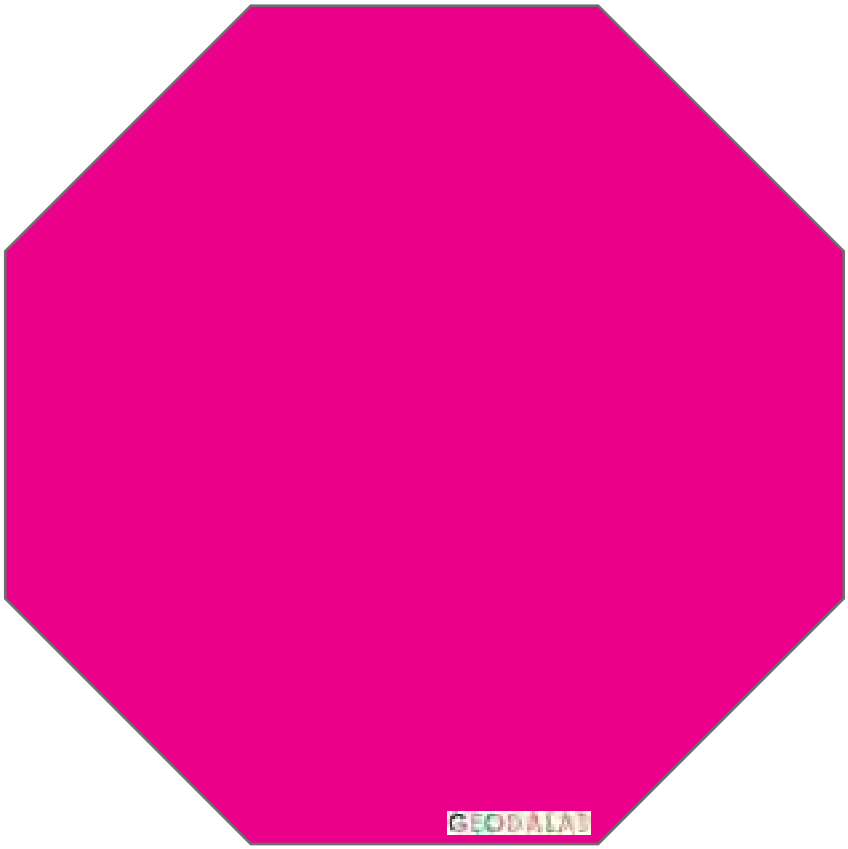


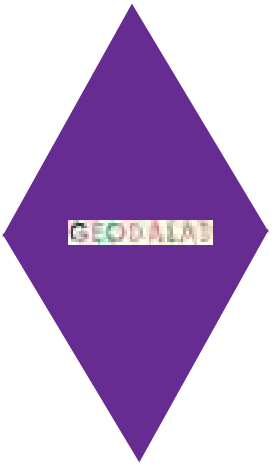


Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

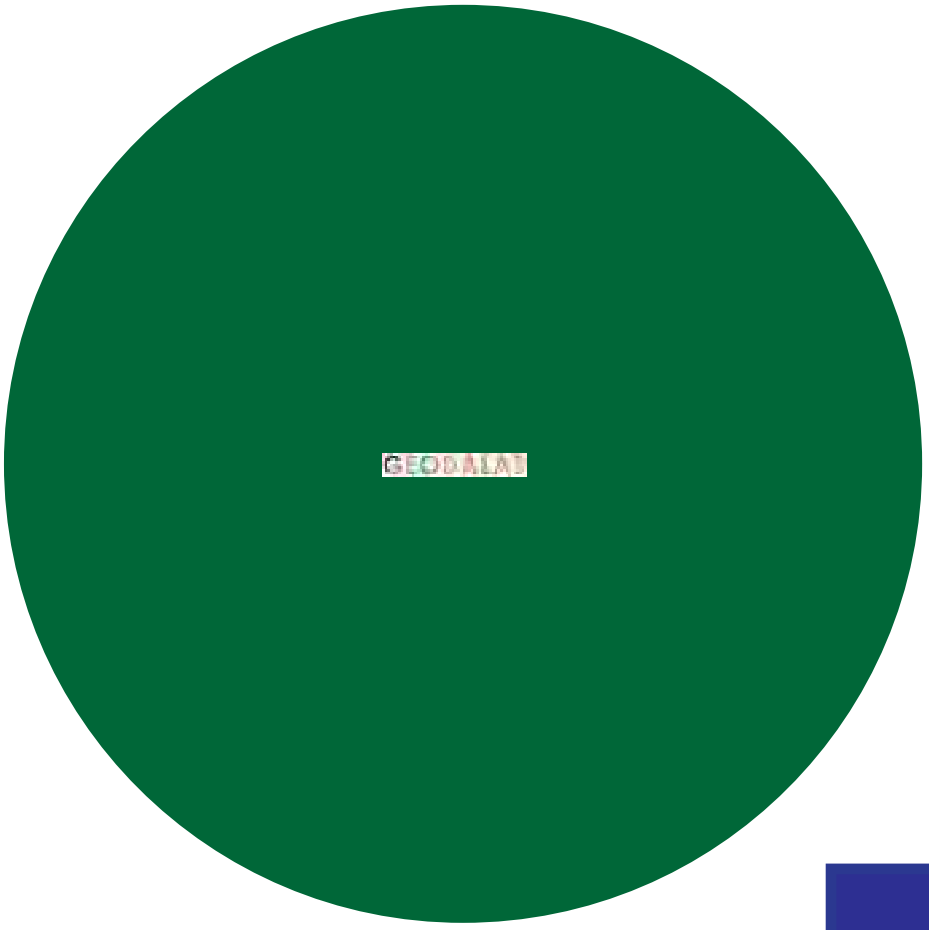


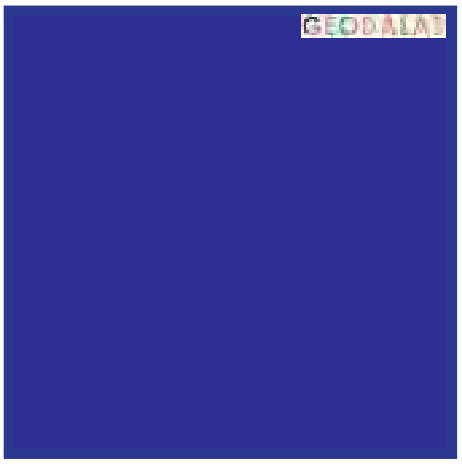


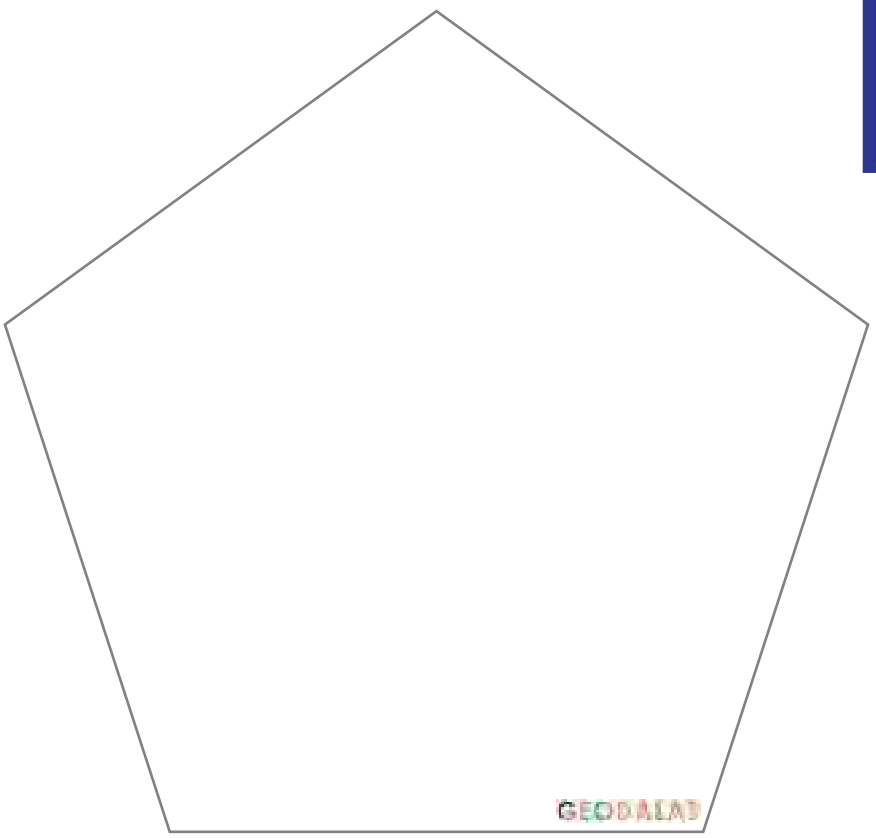




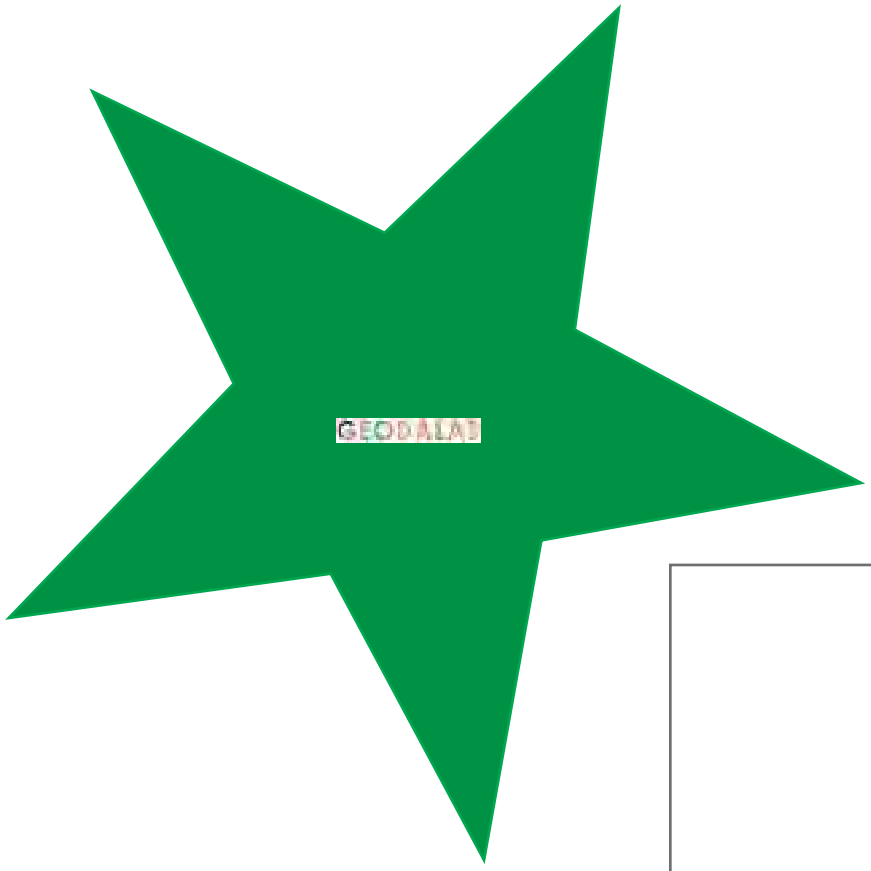
Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/



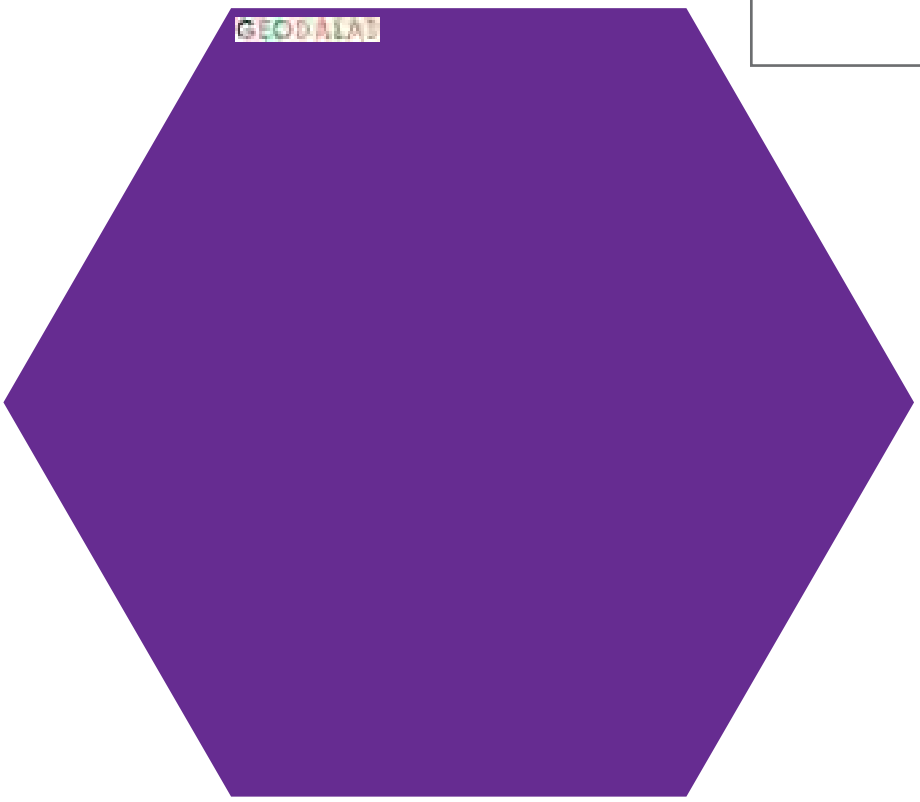


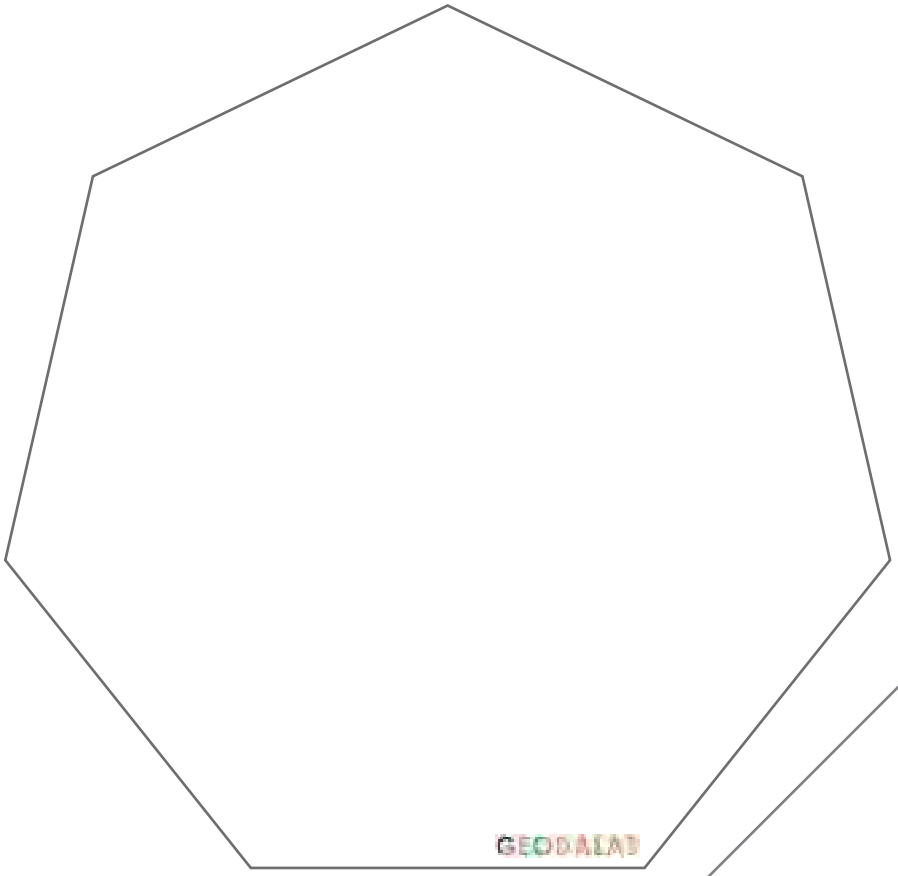


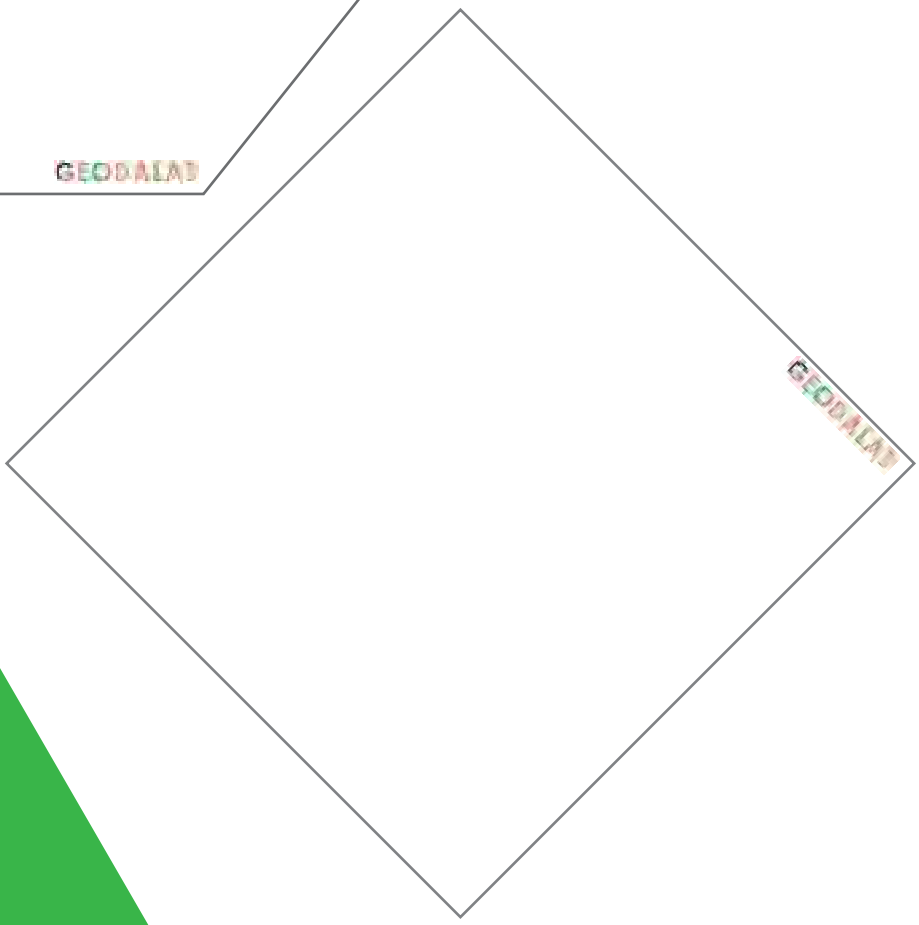
Parte integrante do Livro GEODALAS de autoria de Angélica Rodrigues Ventura e Teresinha Fumi Kawasaki
Disponível em https://promestre.fae.ufmg.br/recursos-educacionais/

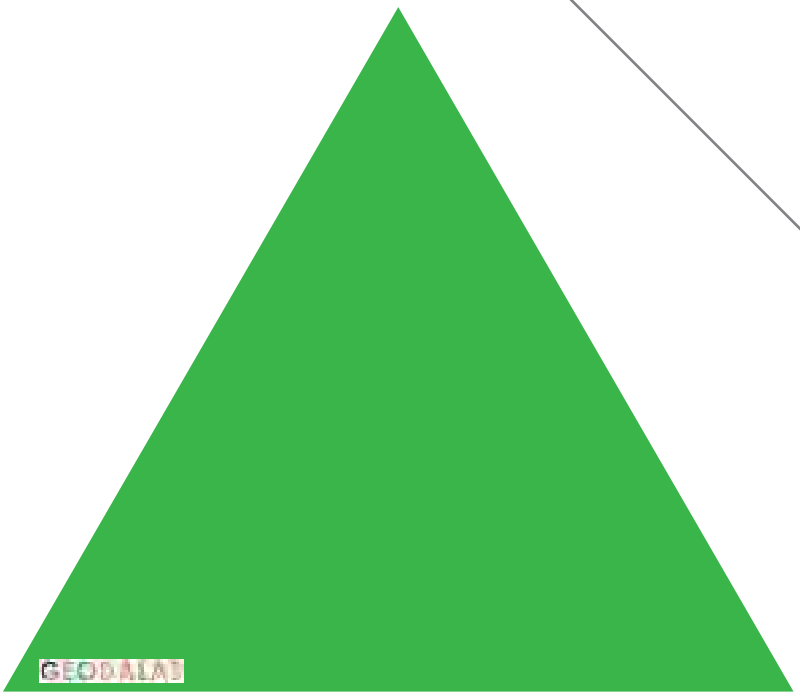

GEODALAS

GEODALAS


GEODALAS


GEODALAS


GEODALAS


GEODALAS

GEODALAS: Desafios Geométricos – Mandalas com régua, compasso e GeoGebra de Angélica Rodrigues Ventura; Teresinha Fumi Kawasaki está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Esta obra é fruto da pesquisa Fragmentos de uma Pesquisa - Desafios Geométricos, GeoGebra e “régua e compasso”: estudando Geometria por meio de construções de Mandalas Geométricas, realizada no âmbito do Mestrado profissional em Educação e Docência - PROMESTRE, FaE/UFMG.

Apresenta uma proposta de estudo da Geometria mais especificamente das Construções Geométricas, por meio da resolução de Desafios Geométricos, aliada ao uso do *software* de matemática dinâmica GeoGebra. Tais Desafios são colocados com a intenção de colocar os estudantes diante de situações em que estratégias de investigação podem/devem ser estabelecidas, visando ainda proporcionar a experimentação e a visualização de objetos e conceitos geométricos.

UFMG
PROMESTRE
MESTRADO PROFISSIONAL
EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA